

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM TURBINAS AXIAIS E RADIAIS PARA  
APLICAÇÕES EM MICROTURBINAS A GÁS

Marcelo Laurentys Airolí

São Paulo  
2009

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DO ESCOAMENTO EM TURBINAS AXIAIS E RADIAIS PARA  
APLICAÇÕES EM MICROTURBINAS A GÁS**

Relatório Parcial para a Disciplina de Projeto  
Integrado II junto ao Departamento de  
Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo.

Marcelo Laurentys Airoldi

Orientador:  
Prof. Dr Guenther Carlos Krieger Filho

Área de Concentração:  
Engenharia Térmica e Meio Ambiente

São Paulo  
2009

## FICHA CATALOGRÁFICA

Airoldi, Marcelo Laurentys Análise do escoamento em turbinas axiais e radiais para aplicações em microturbinas a gás, por M. L. Airoldi. São Paulo, 2009.

90p. + anexos

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.  
Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Turbina a Gás 2. Escoamento 3. Dinâmica dos Fluidos

I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia  
Mecânica

## DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho a minha família e  
minha namorada pelo apoio e suporte.

## AGRADECIMENTOS

A minha família, pelo apoio e suporte durante todos os momentos da minha vida.

A minha namorada, Paloma Cruz Gentil Fialho, pela ajuda e por estar ao meu lado durante os momentos mais difíceis e complicados desse trabalho

Ao Professor, e amigo, Guenther Carlos Krieger Filho, pela orientação, conselhos e estímulos sem os quais esse trabalho não seria possível.

Aos engenheiros Wageeh Bassel e Rafael de Souza Cavalcanti, os quais considero grandes amigos, pela ajuda, conselhos e orientações durante a realização desse trabalho

Aos amigos Caio César Nunes Oliveira, Breno Licursi, Raphael H. M. Moreira, Tiago Siequeroli, Felipe Faraco, Eduardo Rocha Tavares, Cássio Scartezini Feliciano, Daniel Gaspari Cirne de Toledo, Thiago Santoro, Gustavo Rocha da Silva Santos, Guilherme Vinícius França dos Santos, Carlos Eduardo K. Mady, Olivia T. Saa, Melissa Hukai, Sinjin D. M. Yano, Paulo Abraham, Cristiane Ângelo, Enio Soares e todos os colegas da turma de engenharia mecânica graduandos em 2009, pelos bons momentos que vivenciamos.

Entre as dificuldades, se esconde a  
oportunidade.  
(Albert Einstein)

## RESUMO

Turbinas a gás podem ser uma solução para a geração distribuída de energia. Este trabalho visa à comparação entre o projeto de turbinas axiais e radiais para a aplicação em microturbinas a gás, mais especificamente em turbinas derivadas de turbo-compressores automotivos.

A análise será feita através de dois métodos: o triângulo de velocidades e a simulação numérica através de programa comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD).

O triângulo de velocidades é um método semi-empírico com base na mecânica dos fluidos e mecânica clássica, uma vez que se baseia na conservação da quantidade de movimento

Os programas CFD se baseiam na discretização do domínio a ser estudado e das equações de conservação, resolvendo-as numericamente. Essa ferramenta permite que problemas sobre sem solução analítica sejam resolvidos numericamente, assim obtendo a tendência da solução para determinado problema.

Essas ferramentas servem para análise comparativa entre as turbinas radial e axial. O objetivo, após a proposição de uma geometria radial para o rotor da turbina, é observar a viabilidade construtiva da substituição da turbina axial pela nova geometria radial gerada.

## ABSTRACT

Gas turbines can be a solution for the energy distributed generation, once gas microturbines are a good example of it. The main goal of this monography is the comparison between the design of axial and radial turbines for microturbine applications, specifically in turbines derived from automotive engines turbocompressors.

The analysis will be developed through the use of two methods: the velocity triangle and numerical simulation through commercial CFD programs.

The velocity triangle is pointed as a semi-empiric method which relies strongly on the application of fluid mechanics and classic mechanics concepts. One evidence is that the method is based on Newton's second Law of motion (conservation of Momentum).

The CFD software discretizes the domain studied and applies the discretization in the conservation laws, solving them numerically. The CFD method allows that complex geometries or problems can be solved numerically, therefore pointing out the tendencies of the situation at hand.

These methods are used for a comparison analysis between radial and axial turbines. The goal is to evaluate the practicability of the substitution of the current axial turbine for a radial turbine. In order to obtain the results, a new radial geometry is proposed and simulated.

## Lista de Figuras

Figura 2.1: Diagramas T-s e P-V de um ciclo Brayton.....	4
Figura 2.2: Exemplo de uma Turbina a Gás .....	5
Figura 2.3: Ciclo da Microturbina a Gás instalado no LETE .....	9
Figura 2.4: Gráfico Rendimento x Razão de Pressão .....	10
Figura 2.5: Gráfico Potência Líquida x temperatura na Entrada da Turbina .....	11
Figura 2.6: Ciclo da Microturbina a Gás com Turbina/Gerador de Potência .....	12
Figura 2.7: Exemplo de um Estágio de Turbina Axial.....	13
Figura 2.8: Triângulo de Velocidades na Saída do Estator.....	14
Figura 2.9: Triângulo de Velocidades na Saída do Rotor .....	14
Figura 2.10: Velocidade na Entrada do Estator .....	15
Figura 2.11: Triângulo de Velocidades para Entrada e Saída do Rotor.....	16
Figura 2.12: Diagrama T-s dos Processos de uma Turbina .....	19
Figura 2.13: Estágio de Potência da Turbina a Gás – Admissão Parcial .....	20
Figura 2.14: Geometria Básica do rotor Radial .....	26
Figura 2.15: Triângulo de Velocidades para a Seção de Entrada do Rotor .....	26
Figura 2.16: Configurações de Rotores Axiais .....	38
Figura 2.17: Projeção da geometria da palheta no plano r-z (plano Meridional).....	39
Figura 2.18: Projeção da Geometria da palheta no plano $\theta$ -z .....	40
Figura 2.19: Variação dos elementos da pá ao transladar dz .....	40
Figura 2.20: Gráfico do <i>hub</i> e <i>shroud</i> da palheta projetada.....	44
Figura 2.21: Gráfico das <i>camberlines</i> do <i>hub</i> e <i>shroud</i> da palheta projetada .....	46
Figura 2.22: Rotor desenvolvido a partir dos Projetos Preliminar e de Formato da Pá .....	46
Figura 2.23: Rotor e Estator Projetados .....	48
Figura 3.1: Gráfico da velocidade em função do tempo .....	52
Figura 4.1: Domínio do Estudo Numérico.....	58
Figura 4.2: Domínio Discretizado.....	58
Figura 4.3: Contornos de Pressão para $t=1,2206 \cdot 10^{-3}$ segundos .....	61
Figura 4.4: Contornos de Pressão para $t=1,3041 \cdot 10^{-3}$ segundos .....	61
Figura 4.5: Contornos de Pressão para $t=1,391 \cdot 10^{-3}$ segundos .....	62
Figura 4.6: Campo de temperatura para $t=1,2206 \cdot 10^{-3}$ .....	63
Figura 4.7: Campo de temperatura para $t=1,3041 \cdot 10^{-3}$ .....	63
Figura 4.8 Campo de temperatura para $t=1,3910 \cdot 10^{-3}$ .....	64
Figura 4.9: Campo de Velocidades para $t=1,2206 \cdot 10^{-3}$ .....	64
Figura 4.10: Campo de Velocidades para $t=1,3041 \cdot 10^{-3}$ .....	65
Figura 4.11: Campo de Velocidades para $t=1,3910 \cdot 10^{-3}$ .....	65
Figura 4.12: Detalhe dos contornos de vetor de velocidades.....	66
Figura 4.13: Domínio da Simulação Tridimensional Discretizado.....	67
Figura 4.14: Laterais com condição de contorno de periodicidade (rotor) .....	68
Figura 4.15: Laterais com condição de contorno de periodicidade (estator) .....	69

Figura 4.16: Condições de Contorno implementadas para a solução numérica.....	71
Figura 4.17: Campo de Pressões sobre as pás.....	73
Figura 4.18: Campo de Pressões sobre as pás.....	73
Figura 4.19: Linhas de Corrente do Escoamento.....	74
Figura 4.20: Linhas de Corrente do Escoamento.....	74
Figura 4.21: Contornos da Pressão no Plano do Raio Médio ( $R_m=0,067$ m).....	75
Figura 4.22: Contornos da Temperatura no Plano do Raio Médio ( $R_m=0,067$ m).....	76
Figura 4.23: Contornos da Velocidade no Plano do Raio Médio ( $R_m=0,067$ m).....	77
Figura 4.24: Distribuição da Pressão na pá para $R=0,055$ m .....	78
Figura 4.25: Distribuição da Pressão na pá para $R=0,067$ m .....	78
Figura 4.26: Distribuição da Pressão na pá para $R=0,079$ m .....	79
Figura 5.1: Domínio discretizado e Condições de Contorno do modelo implementado .....	81
Figura 5.2: Contornos da Temperatura nas pás do Rotor.....	83
Figura 5.3: Contorno de pressão na seção de admissão da pá .....	84
Figura 5.4: Vetores Velocidades na seção de saída do domínio do rotor .....	85
Figura 5.5: Linhas de Corrente do Escoamento da Turbina Radial .....	86

## **Lista de Tabelas**

Tabela 2.1: Estados do segundo Ciclo Brayton (notação fig. (2.3)) .....	10
Tabela 2.2: Estados do Ar para Turbina com Gerador de Potência .....	12
Tabela 2.3: Dados Geométricos da Turbina e Vazão Mássica.....	21
Tabela 2.4: Resultado do Triângulo de Velocidades .....	24
Tabela 2.5: Constantes do Projeto da Turbina Radial.....	36
Tabela 2.6: Variáveis do Projeto de uma Turbina Radial .....	37
Tabela 2.7: Parâmetros Geométricos da Turbina Radial .....	37
Tabela 2.8: Constantes das Ovais de Lamé para a curva <i>hub</i> (base da pá) .....	43
Tabela 2.9: Constantes das Ovais de Lamé para a curva <i>shroud</i> (ponta da pá).....	43
Tabela 2.10: Constantes das Ovais de Lamé para a curva <i>camberline - hub</i> (base da pá).....	45
Tabela 4.1: Resultados de Potência e Temperatura da Simulação Tridimensional .....	72
Tabela 5.1: Resultados da Turbina Radial .....	84

# SÚMARIO

1.	INTRODUÇÃO .....	1
2.	TURBINAS A GÁS, CICLOS TERMODINÂMICOS E PROJETO DE TURBINAS ....	4
2.1.	Ciclo Brayton Padrão a ar e Ciclo Real.....	4
2.1.1.	Parâmetros de uma turbina a gás: .....	8
2.1.2.	Ciclo Brayton Aplicado a uma Microturbina a Gás sem Turbina de Potência .....	9
2.1.3.	Ciclo Brayton Aplicado a uma Microturbina a Gás com Turbina de Potência.....	11
2.2.	Triângulo de Velocidades.....	12
2.2.1.	Triângulo de Velocidade aplicado a Turbinas Axiais.....	13
2.2.1.1.	Adimensionais para Projeto de Turbinas .....	17
2.2.2.	Estágio de Admissão Parcial .....	20
2.2.3.	Resultado do Triângulo de Velocidades .....	21
2.2.4.	Triângulo de Velocidades aplicado a Turbinas Radiais (Projeto Preliminar de Turbinas Radiais) .....	24
2.2.4.1.	Parâmetros Básicos Iniciais .....	24
2.2.4.2.	Projeto da Seção de Entrada do Rotor .....	25
2.2.4.3.	Cálculo do ângulo relativo de entrada no rotor ótimo .....	29
2.2.4.4.	Projeto da Seção de descarga/saída do rotor .....	31
2.2.4.5.	Cálculos da Geometria do Rotor através de Adimensionais .....	32
2.2.5.	Resultados do Método de Triângulo de Velocidades para Turbinas Radiais .....	35
2.2.6.	Configurações de rotor .....	37
2.2.7.	Projeto das Palhetas para Rotores Bidimensionais .....	38
3.	MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A DINÂMICA DOS FLUIDOS .....	49
3.1.	Equação da Energia.....	49
3.2.	Equação da Quantidade de Movimento e Equação de Navier-Stokes .....	50
3.3.	Escoamentos Turbulentos .....	51
3.4.	Hipótese de Boussinesq.....	53
3.5.	Modelo k- $\epsilon$ .....	54
3.6.	Leis de Parede .....	55
4.	SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TURBINA AXIAL .....	57
4.1.	Simulação Bidimensional.....	57
4.1.1.	Representação do Domínio de estudo e Discretização .....	58

4.1.2. Condições de Contorno.....	59
4.1.3. Resultados.....	60
4.2. Simulação Tridimensional.....	66
4.2.1. Representação do Domínio a ser estudado e Discretização.....	67
4.2.2. Condições de Contorno.....	68
4.2.3. Resultados.....	71
5.     SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TURBINA RADIAL .....	80
5.1. Representação do Domínio de Estudo e Discretização .....	80
5.2. Condições de Contorno .....	81
5.3. Resultados .....	82
6.     CONCLUSÕES .....	88
7.     BIBLIOGRAFIA .....	90
ANEXO A – Rotina do Triângulo de Velocidades (Matlab).....	91
ANEXO B – Arquivos das Simulações CFD.....	95

## 1. INTRODUÇÃO

Recentemente, foi evidenciada a grande dependência da geração de energia através de usinas hidrelétricas devido à crise energética brasileira. Esse cenário impulsionou a pesquisa por fontes alternativas de energia e o aprimoramento das fontes atuais otimizando processos e equipamentos.

Apesar de ser apresentado regionalmente, o cenário mundial apresentou uma grande tendência de pesquisa no melhor aproveitamento das atuais fontes energéticas e desenvolvimento de novas fontes para futuras aplicações. Entretanto, a motivação do cenário mundial em direção a essas pesquisas foi a crescente demanda energética.

Voltando ao cenário brasileiro, durante o apagão (nome dado a crise energética brasileira), houve a tentativa de aumentar a diversidade da matriz energética ao instalar usinas termelétricas e sistemas de cogeração para aumentar a eficiência dos insumos energéticos. Entretanto, termoelétricas tem elevado custo de implantação e há a necessidade de vários equipamentos de grande porte periféricos ao equipamento de geração de energia, a turbina.

Contrapondo-se às usinas termelétricas e nucleares, a turbina a gás é mais compacta, podendo ter pequenas dimensões com aproveitamento de alguns kW, até grandes dimensões produzindo grandes quantidades de potência como 100 MW. Além disso, a instalação e implantação são mais rápidas e simples.

A versatilidade de uma turbina a gás, em relação a dimensões e geração, a torna extremamente apropriada para a geração distribuída, ou seja, a geração de energia próxima ao local de consumo.

As turbinas a gás tiveram sua primeira aplicação na aviação e só passaram a ter aplicações estacionárias para geração de energia elétrica após a segunda guerra mundial. O grande desenvolvimento das turbinas em suas aplicações aeronáuticas levou a produção de grandes potências disponíveis para trabalho ou geração de energia elétrica.

Com base no cenário descrito, foi desenvolvida uma turbina a gás no LEPE (Laboratório de Engenharia Térmica e Ambiental da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) a partir de um turbo-compressor automotivo. Entretanto esse conjunto funciona em torno de 100000 rpm, impossibilitando o acoplamento

direto desse conjunto a um gerador elétrico e, consequentemente, inviabilizando o aproveitamento energético.

Logo, o próximo passo era viabilizar o acoplamento a um gerador elétrico. Esse passo deu origem ao desenvolvido do projeto de um segundo estágio de turbina, utilizado para a geração de energia elétrica.

Esse trabalho se foca na análise desse segundo estágio para geração de energia elétrica. O objetivo é analisar todo o escoamento dentro da turbina visando melhora na eficiência e no processo de expansão dentro da turbina, e, consequentemente, uma maior potência de eixo disponível para geração de energia elétrica. Com estas metas em foco, há dois tipos de modelos a serem estudados, os modelos analíticos e os numéricos.

Assim uma primeira análise de uma turbina deve ser feita considerando as velocidades de entrada e saída do fluido, e a rotação da turbina, caracterizando o estudo do triângulo de velocidades. A partir do triângulo de velocidades, pode ser obtido um trabalho específico dentro da turbina e, assim, obtém-se o valor da potência gerada por uma turbina utilizando esse modelo básico.

O triângulo de velocidades pode ser caracterizado como um método semi-empírico, sem grande profundidade de conhecimento do escoamento, entretanto se mostra um bom modelo para analisar uma turbina.

Em contraste a este estudo, há o método numérico obtido a partir de modelos desenvolvidos em softwares CFD, que permitem uma análise mais aprofundada do escoamento, tornando mais evidentes qualidades de um projeto e possíveis melhorias.

Os métodos numéricos apresentam algoritmos para solucionar numericamente as equações de Navier-Stokes, conjunto de equações diferenciais parciais sem solução analítica. Logo, fica clara a necessidade do uso da capacidade de processamento e armazenamento do computador para esses cálculos de escoamentos, que podem ter uma convergência demorada.

Apresentados os métodos, observa-se que haverá uma comparação entre os métodos e a viabilidade da utilização de ambos para obter conclusões com maior grau de confiabilidade, assim podendo inferir a viabilidade do triângulo de

velocidades como estudo inicial e o modelo CFD como uma análise mais aprofundada.

## 2. TURBINAS A GÁS, CICLOS TERMODINÂMICOS E PROJETO DE TURBINAS

Com a intenção de uma melhor compreensão dos fenômenos característicos do problema estudado, é primordial fazer uma introdução da teoria envolvida na caracterização tanto da turbina a gás, quanto da turbina propriamente dita. Logo é necessário fazer uma introdução do funcionamento do ciclo Brayton e do triângulo de velocidades que são as teorias desenvolvidas e aplicadas largamente nessa área.

### 2.1. Ciclo Brayton Padrão a ar e Ciclo Real

O funcionamento de uma microturbina a gás pode ser representada pelo ciclo Brayton, que é caracterizado por 4 processos idealizados:

- 1-2: Processo de compressão Adiabático Reversível
- 2-3: Processo de Absorção de Calor a pressão constante (processo isobárico)
- 3-4: Processo de Expansão Adiabático Reversível (processo isentrópico)
- 4-1: Processo de Rejeição de Calor a pressão constante (isobárico)

Assim pode ser obtido os gráficos p-v e T-s, dispostos na fig. (2.1):

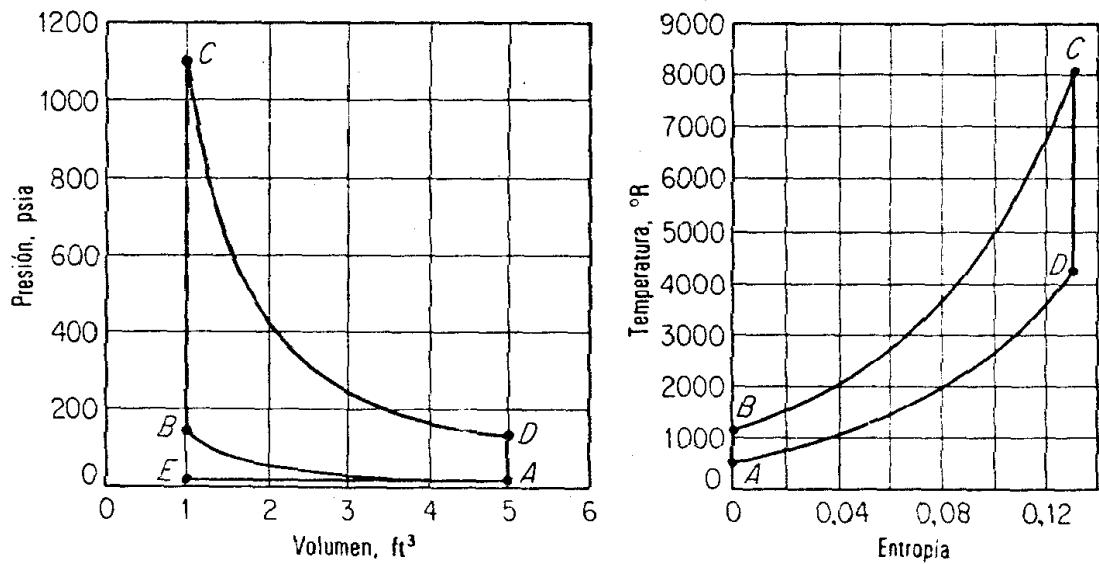


Figura 2.1: Diagramas T-s e P-V de um ciclo Brayton

Este ciclo também é conhecido como ciclo padrão-ar de uma turbina a gás, uma vez que os processos de uma turbina a gás real são:

- 1-2: Processo de Compressão
- 2-3: Processo de Combustão
- 3-4: Processo de Expansão

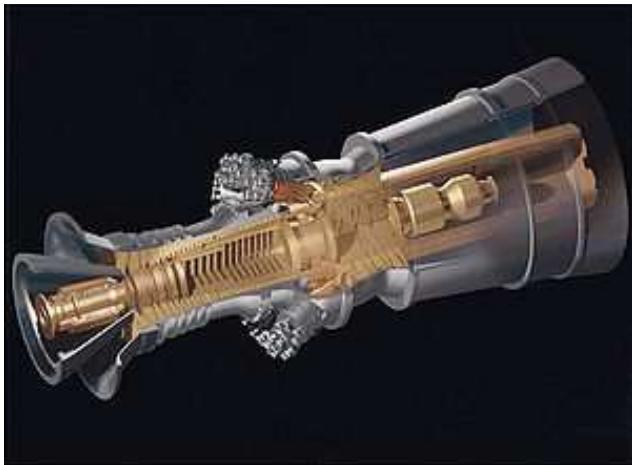


Figura 2.2: Exemplo de uma Turbina a Gás

Comparando o ciclo padrão e o conjunto de processos que acontecem de fato em uma turbina a gás, percebe-se que o processo de rejeição de calor é introduzido com o objetivo de fechamento do ciclo, pois os gases saem da turbina diretamente a atmosfera a alta temperatura.

Essa exaustão a alta temperatura possibilita que a energia desses gases de escape seja utilizada em trocadores de calor instalados em sistemas de refrigeração, assim atende uma demanda térmica associada. Assim as turbinas podem ser utilizadas em sistemas de cogeração, caracterizados por satisfazer uma demanda de energia elétrica e uma de carga térmica.

Com o foco de analisar os componentes do ciclo padrão, tem de ser apresentada a primeira lei da termodinâmica. Esta também é conhecida como lei da conservação da energia e, para um volume de controle, é dada pela eq. (2.1), em que  $h$  é a entalpia específica,  $V$  é a velocidade,  $W$  é o trabalho específico e  $Q$  é o calor trocado por unidade de massa.

$$Q = (h_s - h_e) + \frac{1}{2}(V_s^2 - V_e^2) + W \quad (2.1)$$

Aplicando esta fórmula para o compressor, tem-se a eq. (2.2), na qual se observa o uso do calor específico para aproximar a variação da entalpia. Os índices 1 e 2 representam, respectivamente, os estados de entrada e saída do compressor:

$$W_{12} = -(h_2 - h_1) = -c_p(T_2 - T_1) \quad (2.2)$$

Novamente aplicando a 1<sup>a</sup> lei na câmara de combustão e na turbina, obtém-se as eq. (2.3) e (2.4), nas quais os índices 3 e 4 definem os estados na entrada e saída da turbina, respectivamente.

$$Q_{23} = (h_3 - h_2) = c_p(T_3 - T_2) \quad (2.3)$$

$$W_{34} = (h_3 - h_4) = c_p(T_3 - T_4) \quad (2.4)$$

Após aplicar a 1<sup>a</sup> lei para esses componentes, é possível definir o rendimento de um ciclo termodinâmico. A eficiência termodinâmica de um ciclo é definida como a relação entre trabalho líquido obtido e a energia fornecida para a realização do ciclo. Da definição, conclui-se a eq. (2.5) fórmula matemática:

$$\eta = \frac{W_{liq}}{Q_H} \quad (2.5)$$

Aplicando o balanço de energia dos componentes na fórmula anterior, obtém-se a eq. (2.6):

$$\eta = \frac{c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} \quad (2.6)$$

Substituindo a fórmula para um processo isentrópico, tem-se a eq. (2.7):

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \quad (2.7)$$

Onde:

$$r = \frac{P_3}{P_4} \quad (2.8)$$

Ao observar a eficiência em função da relação/razão de pressão, infere-se que, quanto maior a razão de pressão, maior a eficiência do ciclo termodinâmico, portanto objetiva-se uma relação de pressão máxima para aumentar a eficiência do ciclo termodinâmico. Entretanto o aumento excessivo da razão de pressão leva a um baixo trabalho líquido, pois uma pressão elevada na entrada do combustor diminui a quantidade máxima de combustível injetado e, consequentemente, diminui o trabalho líquido produzido.

Obviamente, há um desvio entre os processos de compressão e o de compressão isentrópico. Partindo desse pressuposto pode ser definida uma eficiência isentrópica, a qual é dada pela eq. (2.9):

$$\eta_{compressão} = \frac{w_s}{w} \quad (2.9)$$

A eficiência admite apenas valores menores do que 1, portanto pode ser inferido que o trabalho de compressão de um processo real é maior, uma vez que as irreversibilidades têm de ser vencidas.

Outro desvio é observado entre os processos de expansão real e isentrópico. A eficiência do processo é dada pela fórmula:

$$\eta_{expansão} = \frac{w}{w_s} \quad (2.10)$$

Nota-se que o efeito é exatamente o oposto do observado para a compressão, o trabalho disponível no ciclo padrão não é totalmente aproveitado devido à presença de irreversibilidades no processo.

A partir dessas eficiências isentrópicas, é possível relacionar os ciclos padrão e real. É importante salientar que essas eficiências são relativas aos processos de

compressão e expansão e não são referentes à eficiência do ciclo, que já foi definida anteriormente.

Até aqui foram definidas as eficiências isentrópicas e a eficiência do ciclo padrão a ar. A eficiência do ciclo real tem uma pequena diferença. A energia fornecida ao ciclo provém da queima do combustível e, portanto, o calor fornecido pode ser dado pela eq. (2.11) na qual PCI corresponde ao poder calorífico inferior:

$$Q_H = \dot{m} \cdot PCI \quad (2.11)$$

Assim a fórmula da eficiência do ciclo real é dada por:

$$\eta = \frac{W_{liq}}{\dot{m} \cdot PCI} \quad (2.12)$$

### **2.1.1. Parâmetros de uma turbina a gás:**

Nesta seção, serão definidos alguns parâmetros muito comuns para a análise de uma turbina a gás real.

Primeiramente será definido o consumo específico de combustível de uma turbina a gás. O consumo específico é a relação entre a massa/vazão de combustível consumido na turbina e o trabalho de eixo disponível devido à queima do combustível. Matematicamente, a relação é:

$$C = \frac{m_f}{W} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{W}} \quad (2.13)$$

Outro parâmetro muito usado em turbinas é a relação combustível-ar. Esta relação é importante para avaliar o processo de combustão, uma vez que o excesso de ar garante uma combustão completa e também diminui a temperatura dos gases de saída do combustor.

Ao queimar há a produção de gases como CO e NO<sub>x</sub>, poluentes que na fase de projeto devem ser evitados ao extremo. Entretanto uma alta temperatura no combustor promove uma produção maior de NO<sub>x</sub>, já uma temperatura muito baixa pode levar a maiores concentrações de CO e C.

Portanto, do ponto de vista de emissões de poluentes, a relação ar-combustível tem de ser escolhida criteriosamente para um melhor desempenho da turbina e menor impacto ambiental da mesma.

Assim define-se a relação ar-combustível como (eq.(2.14)):

$$RAC = \frac{\dot{m}_{ar}}{\dot{m}_{comb}} \quad (2.14)$$

### 2.1.2. Ciclo Brayton Aplicado a uma Microturbina a Gás sem Turbina de Potência

Até aqui o ciclo foi apresentado de forma teórica, com foco nas equações do ciclo e seus processos. O ciclo Brayton foi aplicado em uma microturbina a Gás no LETE (Laboratório de Engenharia Térmica e Ambiental).

Os parâmetros de projeto utilizados para a utilização no ciclo Brayton padrão a ar (estimativa inicial de qualquer turbina a Gás) foram [4]:

- Razão de pressão: 1,8
- Fluxo mássico: 0,2 kg/s
- Rotação: 80.000 rpm
- Temperatura na Entrada da Turbina: 973 K

A microturbina a gás desenvolvida no LETE está representada na fig (2.3).

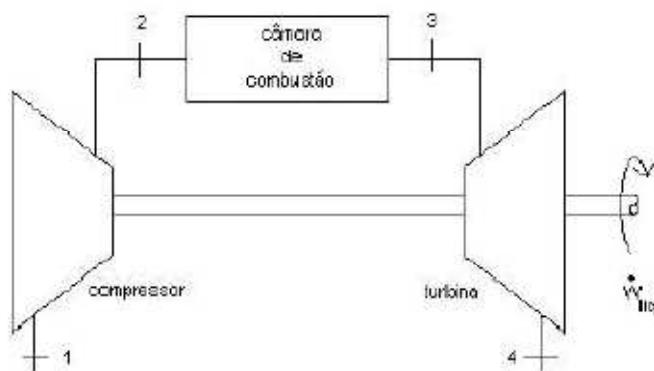


Figura 2.3: Ciclo da Microturbina a Gás instalado no LETE

Os processos são os mesmos que foram caracterizados na seção 2.1. Normalmente, o ciclo seria caracterizado por uma expansão na turbina produzindo trabalho, sendo que parte desse trabalho seria utilizado para compressão no

compressor e o excedente de trabalho seria utilizado para movimentação ou produção de energia (sendo este o trabalho líquido do ciclo).

De acordo com [4], tem-se os seguintes valores para a microturbina a gás instalado no LETE, funcionando de acordo com o Ciclo Brayton padrão a ar (ciclo ideal), com as hipóteses de compressor e turbina isentrópicos já em regime permanente e calor específico constante.

Tabela 2.1: Estados do segundo Ciclo Brayton (notação fig. (2.3))

	Temperatura (K)	Pressão (Pa)	Entalpia (kJ/kg)
1	300	101325	300,4
2	354,7	182385	355,5
3	973	182385	1016
4	837,1	101325	863,1

Nas condições de projeto definidas, o rendimento do compressor e da turbina são 0,77 e 0,63.

Em posse dos rendimentos isoentrópicos, a referência [4] fez duas análises dessa turbina instalada. A primeira mostra uma comparação entre o ciclo Brayton padrão a ar utilizando as hipóteses de compressor e turbinas isoentrópicos e  $c_p$  constante e outra utilizando os rendimentos definidos pelo fornecedor:

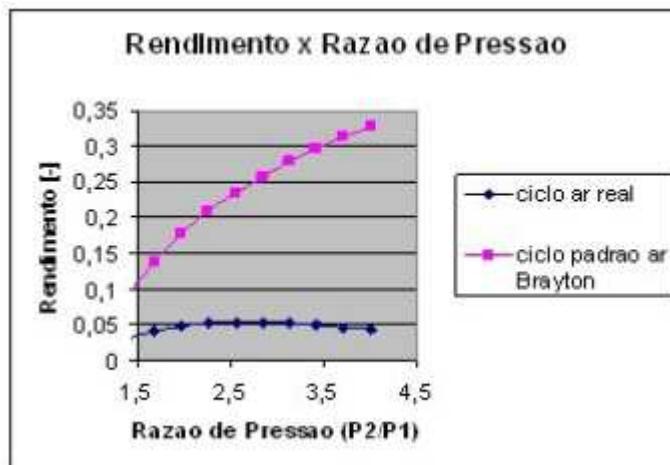


Figura 2.4: Gráfico Rendimento x Razão de Pressão

Observa-se que o máximo rendimento seria obtido com uma razão de pressão em torno de 3, logo fica definida uma faixa de operação entre 1,8 e 3.

A segunda análise avalia o trabalho líquido em função da temperatura na entrada da turbina. Os resultados dispostos na fig. (2.5) mostram uma faixa de potência líquida em torno de 2 a 5 kW.

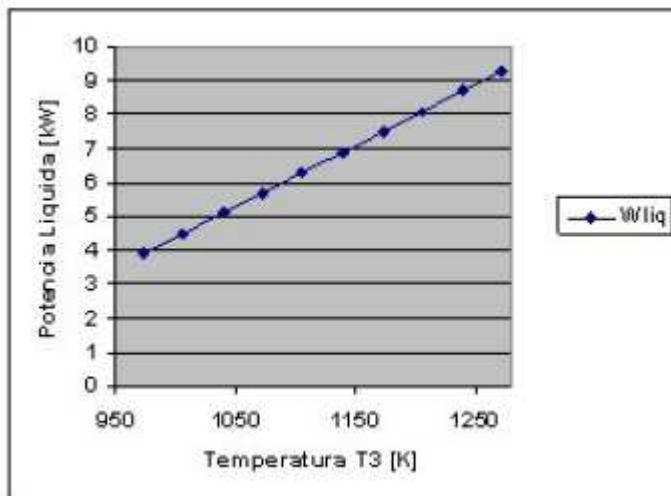


Figura 2.5: Gráfico Potência Líquida x temperatura na Entrada da Turbina

### 2.1.3. Ciclo Brayton Aplicado a uma Microturbina a Gás com Turbina de Potência

O ciclo apresentado na seção 2.1.1 poderia ser utilizado para gerar eletricidade ou movimentar alguma carga. Entretanto a velocidade de rotação é muito alta para um dos aproveitamentos descritos, assim sendo inviável a utilização para esse fim sem a separação da expansão em estágios de alta e baixa pressão.

Com a finalidade de se obter trabalho líquido, pode ser montado um segundo estágio de turbina, este trabalharia a rotações menores, adequando o acoplamento a geradores, por exemplo.

Visando a essa utilização do trabalho líquido, foi estabelecido um novo estágio de turbina para a microturbina instalada no LETE-USP. O projeto desse estágio foi descrito em [4] e simulações de seu funcionamento usando programas CFD também foram realizados na referência.

Com a introdução do novo estágio, tem-se o ciclo a seguir, já com a definição de alguns termos:

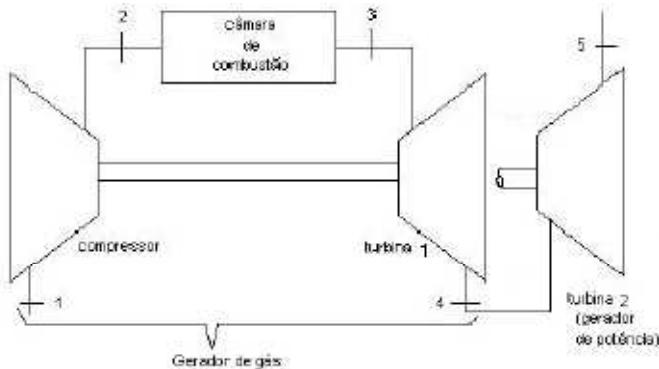


Figura 2.6: Ciclo da Microturbina a Gás com Turbina/Gerador de Potência

A introdução de um novo estágio implica em alterações nos estados termodinâmicos e, consequentemente, nos fluxos de energia do próprio ciclo, pois o segundo estágio diminui a relação de pressão do gerador de gás (introduzido na fig. (2.6)).

Os cálculos termodinâmicos de projeto foram definidos em [4] e estão representados a seguir:

Tabela 2.2: Estados do Ar para Turbina com Gerador de Potência

	Temperatura (K)	Pressão (Pa)	Entalpia (kJ/kg)
1	300	101325	300,4
2	372,9	182385	372,9
3	973	182385	1016
4	907,4	130445	941,9
5	844,1	101325	870,8

## 2.2. Triângulo de Velocidades

O triângulo de velocidades é o método semi-empírico usado para avaliar, durante a fase de projeto, o trabalho que será produzido pela turbina, entretanto ele não descreve por completo o escoamento e todos os fenômenos físicos envolvidos no processo, por isso a necessidade de uma análise mais aprofundada utilizando programas CFD.

Entretanto o triângulo de velocidades é uma ótima estimativa inicial e extremamente útil para a fase inicial de concepção de projeto.

### 2.2.1. Triângulo de Velocidade aplicado a Turbinas Axiais

O primeiro passo é introduzir os dois componentes observados em um estágio de turbina, o estator e o rotor. O estator, conforme indica o próprio nome, não tem movimento rotativo, permanecendo estático, assim sua principal função é a de bocal, ou seja, acelerar o escoamento. Já o rotor é caracterizado pelo seu movimento rotativo e por transformar energia do fluido em trabalho útil no eixo.

O estágio de uma turbina está representado na fig. (2.7), onde N representa o estator (em inglês esse estágio é denominado ‘Nozzle’) e R representa o rotor.

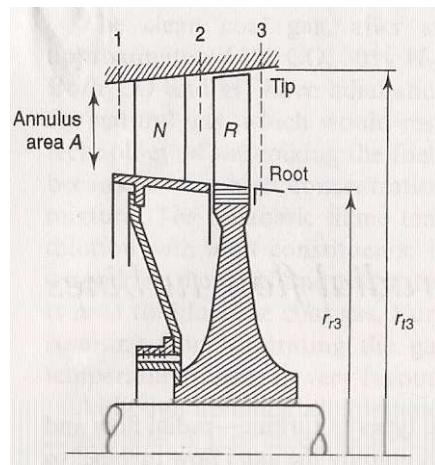


Figura 2.7: Exemplo de um Estágio de Turbina Axial

O estudo inicial de turbinas, tanto radiais quanto axiais, se baseia no triângulo de velocidades, no qual é realizado o estudo das componentes de velocidade em cada um dos estágios.

Em uma primeira instância, objetiva-se o entendimento dos fenômenos observados em cada estágio de uma turbina.

O gás após sofrer queima entra no estator com pressão estática  $P_1$ , temperatura estática  $T_1$ , e velocidade  $C_1$ . Em seguida, sofre expansão para o estado 2 caracterizado por  $P_2$  e  $T_2$  e, durante o processo, é acelerado para a velocidade  $C_2$ , sendo que esta tem ângulo  $\alpha_2$  devido à geometria das palhetas do estator.

Após a expansão no estator, o gás entra no rotor, cujo ângulo de entrada tem de ser apropriado para um bom fluxo do gás, sabendo que o gás entra com uma velocidade relativa ao rotor  $V_2$  e direção  $\beta_2$  em relação às pás do rotor. A velocidade

$V_2$  e o ângulo  $\beta_2$  são obtidos a partir da operação vetorial a seguir, cujos vetores estão representados na fig. (2.8), acima da fórmula vetorial (eq.(2.15)):

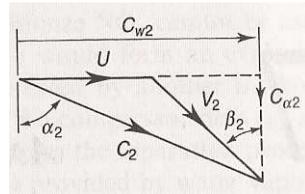


Figura 2.8: Triângulo de Velocidades na Saída do Estator

$$\vec{V}_2 = \vec{C}_2 - \vec{U} \quad (2.15)$$

Ao passar pelo rotor o gás é defletido e expandido até o estado 3, caracterizado por  $P_3$  e  $T_3$ , saindo com velocidade relativa às palhetas da turbina  $V_3$  e direção  $\beta_3$ . Ao realizar a soma vetorial com a velocidade tangencial do rotor  $U$ , obtém-se  $C_3$  (velocidade absoluta do gás na saída do rotor) e o ângulo de saída  $\alpha_3$ , também conhecido como ‘swirl angle’. A soma vetorial está representada graficamente na fig. (2.9) e matematicamente na eq. (2.16).

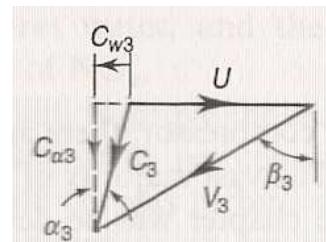


Figura 2.9: Triângulo de Velocidades na Saída do Rotor

$$\vec{C}_3 = \vec{U} + \vec{V}_3 \quad (2.16)$$

Em uma turbina de estágio único (ou o primeiro estágio de uma turbina com múltiplos estágios), o ângulo de entrada é nulo, ou seja, entra paralelamente a direção axial. Esse fato é descrito na eq. (2.17) e na fig. (2.10).

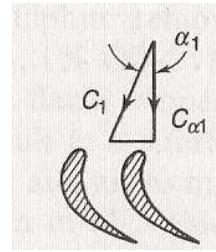


Figura 2.10: Velocidade na Entrada do Estator

$$\alpha_1 = 0 \quad (2.17)$$

Entretanto, se o objeto de estudo tiver vários estágios de turbina, as variáveis de entrada serão iguais aos da saída do estágio anterior. Caso seja observado que os estágios tenham exatamente as mesmas características, é comum usar o termo *repeating stage* (estágio de repetição).

Neste momento cabe ressaltar que  $U$  é a velocidade tangencial do rotor e, portanto, sua velocidade aumenta com o aumento da distância do centro. Logo, o triângulo de velocidades varia da raiz da pá até sua ponta.

Para facilitar a análise, adota-se que o triângulo de velocidades é obtido para o raio médio da seção anelar e que esta simplificação representa de forma adequada o padrão médio dos fenômenos observados no fluxo de gás. Devido ao fato de que é utilizado o diâmetro médio nessa simplificação, o modelo tem maior precisão para pás curtas, uma vez que não há grande distância entre os extremos e o diâmetro médio.

Ao observar a fig. (2.11) (Triângulo de Velocidades), pode ser obtida a variação de momento tanto na componente tangencial. A variação na componente tangencial é dada por  $C_{w2} + C_{w3}$ , já na componente axial é dada por  $(C_{a2} - C_{a3})$ . Essa variação no momento axial implica em uma força axial, entretanto essa variação não é observada na fig. (2.11), uma vez que é aplicada a hipótese de velocidade axial constante.

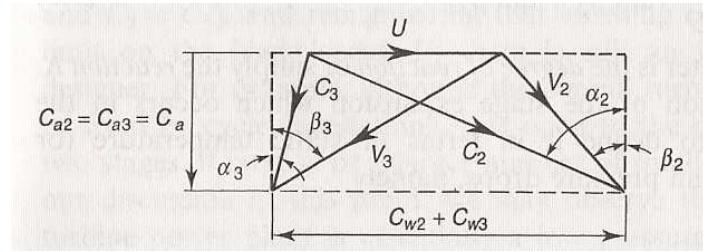


Figura 2.11: Triângulo de Velocidades para Entrada e Saída do Rotor

Assim, obtém-se que a relação entre velocidade axial e velocidade tangencial de rotação é dada por:

$$\frac{U}{C_a} = \tan \alpha_2 - \tan \beta_2 = \tan \beta_3 - \tan \alpha_3 \quad (2.18)$$

Aplicando a conservação do momento, obtém-se a seguinte relação para o trabalho específico nesse estágio da turbina:

$$w_s = U \cdot (C_{w2} + C_{w3}) = U \cdot C_a \cdot (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3) = U \cdot C_a \cdot (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (2.19)$$

Aplicando a 1<sup>a</sup> lei da termodinâmica:

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta T_{0s} = U \cdot C_a \cdot (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (2.20)$$

Lembrando que se trata da variação da temperatura de estagnação e de que os sinais são coerentes, uma vez que um decréscimo da temperatura implica em um trabalho negativo, ou seja, o trabalho é realizado pelo fluido.

Conhecendo o triângulo de velocidades, consequentemente pode ser obtida a variação da temperatura de estagnação e, a partir dessa, pode ser obtida uma estimativa da relação de pressão de estagnação, baseando-se na eq. (2.21):

$$\Delta T_{0s} = \eta_{0s} \cdot T_{01} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{P_{03}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (2.21)$$

Na eq. (2.21),  $\eta_{0s}$  é eficiência isentrópica total do estágio, uma vez que seu cálculo é feito com os valores de estagnação (também denominado *total-to-total stage efficiency*).

### 2.2.1.1. Adimensionais para Projeto de Turbinas

Agora serão descritos três adimensionais úteis no projeto de uma turbina. O primeiro é a denominado Coeficiente de Carga da Pá ou Coeficiente de Queda da Temperatura, e expressa a capacidade de trabalho de um estágio. A fórmula é dada pela eq. (2.22).

$$\psi = \frac{2c_p \Delta T_{0s}}{U^2} = \frac{2C_a(\tan \beta_2 + \tan \beta_3)}{U} \quad (2.22)$$

O segundo adimensional é denominado grau de reação e representa a porcentagem da expansão que observada no rotor. Sua definição é dada em termos de temperatura estática ou entalpia.

$$\Lambda = \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3} \quad (2.23)$$

Este adimensional pode ser relacionado diretamente com o triângulo de velocidades, se  $C_a$  for constante e  $C_1 = C_3$ . A fórmula pode ser reescrita:

$$\Lambda = \frac{C_a(\tan \beta_2 - \tan \beta_3)}{2U} \quad (2.24)$$

O terceiro adimensional é o Coeficiente de Fluxo dado por:

$$\phi = \frac{C_a}{U} \quad (2.25)$$

Após definir esses coeficientes, os ângulos dos gases podem ser escritos em função desses adimensionais:

$$\tan \beta_3 = \frac{1}{2\phi} \left( \frac{1}{2} \psi + 2\Lambda \right) \quad (2.26)$$

$$\tan \beta_2 = \frac{1}{2\phi} \left( \frac{1}{2} \psi - 2\Lambda \right) \quad (2.27)$$

Assim esses parâmetros adimensionais são fundamentais para o projeto de uma turbina, uma vez que a partir da definição deles pode ser obtida parte da geometria das pás das turbinas.

Um exemplo do uso desses parâmetros para o rotor de uma turbina pode ser encontrado em [2]. Nesta referência, é dito que baixos valores dos coeficientes de queda de temperatura e de fluxo implicam em maiores eficiências isentrópicas, uma vez que as irreversibilidades por atrito são maiores conforme o aumento da velocidade.

Obviamente objetiva-se a máxima eficiência possível, entretanto, ao diminuir  $\psi$ , há a necessidade de uma turbina com um número maior de estágios e, ao diminuir  $\phi$ , precisa-se de uma área anelar maior, para diminuir a velocidade a axial (mantido o fluxo). Portanto a diminuição desses fatores implica em sérias consequências de projeto, uma vez que o número de estágios aumenta o custo da turbina, bem como o aumento da área anelar. Um exemplo dessa escolha pode ser visto ao comparar os requisitos de uma turbina aeronáutica e uma turbina de aplicação industrial.

A eficiência não é 100% devido às perdas, ou mais rigorosamente devido às irreversibilidades presentes no escoamento. A estimativa dessas perdas é feita a partir de dois adimensionais o coeficiente de perdas no estator e o coeficiente de perdas no rotor.

Conforme dito, as perdas levam a um aumento da entropia, o que caracteriza o desvio da idealização do fenômeno que ocorre na turbina, uma vez que o processo é idealizado como isentrópico. O processo na turbina pode ser caracterizado em um gráfico T-s.

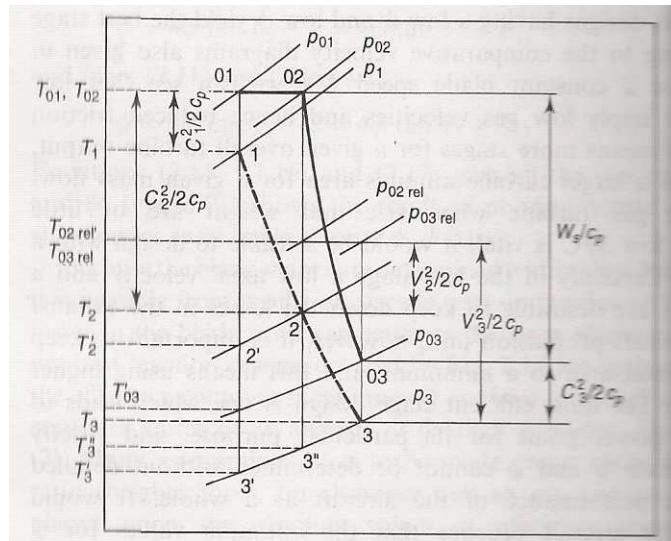


Figura 2.12: Diagrama T-s dos Processos de uma Turbina

Primeiramente sabe-se que a temperatura de estagnação antes e depois do estator é igual uma vez que não há troca de calor ou trabalho de eixo, entretanto há uma queda da temperatura estática devido à expansão observada no estator. Devido ao atrito, há uma queda na pressão de estagnação no estator.

Assim pode ser definido o Coeficiente de perdas no estator da seguinte forma:

$$\lambda_N = \frac{T_2 - T'_2}{C_2^2/2c_p} \quad \text{ou} \quad Y_N = \frac{P_{01} - P_{02}}{P_{02} - P_2} \quad (2.28)$$

Os coeficientes mostram a porção da energia que é degrada durante o processo de expansão no rotor.

Após definir a expansão no estator, o gás é novamente expandido no rotor até a  $P_3$  e a temperatura  $T_3$ . Supondo o processo ideal apenas no rotor, seria medida a temperatura  $T''_3$  e, supondo processo isentrópico em todo o estágio da turbina seria observada  $T'_3$ .

Assim define-se o coeficiente de perda nos rotores como:

$$\lambda_R = \frac{T_3 - T''_3}{V_3^2/2c_p} \quad \text{ou} \quad Y_R = \frac{P_{02\text{rel}} - P_{03\text{rel}}}{P_{03\text{rel}} - P_3} \quad (2.29)$$

Observa-se uma diferença importante entre as fórmulas, o que explica o significado físico do coeficiente de perdas no rotor. O coeficiente expressa a parte da energia cinética relativa deixando o rotor.

### 2.2.2. Estágio de Admissão Parcial

Normalmente, a admissão nas turbinas é total, caracterizada pelo fato de que o fluxo é axissimétrico e todas as palhetas recebem a mesma vazão. Entretanto o estudo é focado em uma turbina de admissão parcial.

A admissão parcial é adequada para turbinas com baixas vazões de ar. Em turbinas de admissão parcial, apenas uma fração das palhetas recebe o fluxo em um determinado instante.

O triângulo de velocidades é calculado para admissões totais, portanto tem de ser feito o seguinte ajuste na vazão:

$$\dot{M}_{adm.total} = \frac{\dot{m} \cdot 360}{\theta} \quad (2.30)$$

Sendo  $\theta$  definido como o ângulo de admissão. O valor do ângulo de admissão no caso é  $180^\circ$ . Logo, a vazão total considerada é o dobro da real.

A fig. (2.13) mostra como foi aplicada a admissão parcial:

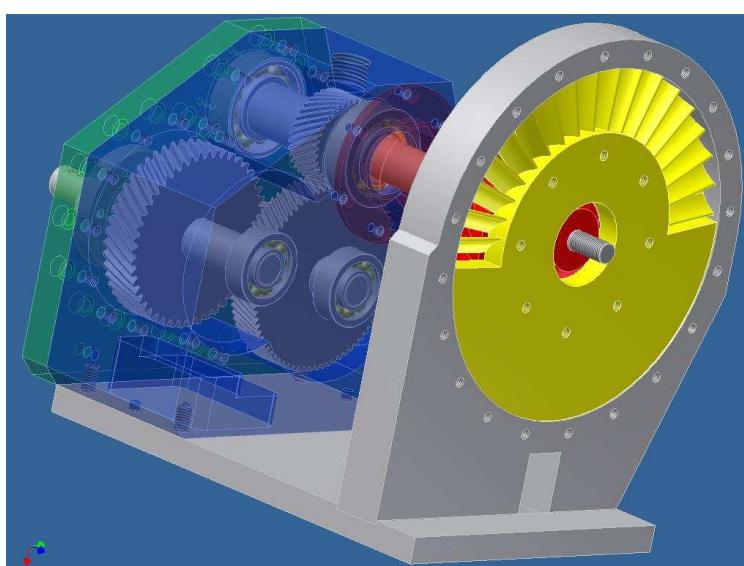


Figura 2.13: Estágio de Potência da Turbina a Gás – Admissão Parcial

### 2.2.3. Resultado do Triângulo de Velocidades

O segundo estágio da turbina tem os seguintes parâmetros:

Tabela 2.3: Dados Geométricos da Turbina e Vazão Mássica

Dados Geométricos da Turbina			
$\alpha_1$ (°)	0°	$\beta_2$ (°)	35
$\alpha_2$ (°)	70°	$\beta_3$ (°)	77
$\alpha_3$ (°)	60°	m (kg/s)	0,36
Raio Médio (mm)	67	Altura das Pás (mm)	30
pitch estator (mm)	13,6	pitch rotor (mm)	11,4
pás estator	31	pás rotor	37

Primeiramente tem de ser definida a velocidade axial de entrada (neste caso, a velocidade axial é igual ao módulo da velocidade, pois  $\alpha_1$  é nulo) e esta é definida através das eq. (2.31), (2.32) e (2.33):

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_1} \quad (2.31)$$

$$A = 2\pi R_m \cdot h \quad (2.32)$$

$$C_{a1} = \frac{\dot{m}}{\rho_1 \cdot A} \quad (2.33)$$

Inicialmente, admite-se que a velocidade axial é conservada. Portanto:

$$C_{a1} = C_{a2} \quad (2.34)$$

Aplicando o triângulo de velocidades, obtém-se:

$$C_{w2} = C_{a1} \cdot \tan \alpha_2 \quad (2.35)$$

A 1ª lei da termodinâmica pode ser aplicada e, portanto, podem ser obtidas as seguintes eq. (2.36), (2.37) e (2.38):

$$\Delta E_{c12} = \frac{(C_{w2}^2 + C_{\alpha2}^2) - (C_{w1}^2 + C_{\alpha1}^2)}{2} \quad (2.36)$$

$$\Delta T_{12} = \frac{\Delta E_{c12}}{c_p} \quad (2.37)$$

$$T_2 = T_1 - \Delta T_{12} \quad (2.38)$$

Com a variação de temperatura em mãos, pode ser obtida a queda na temperatura na saída do estator para um processo isoentrópico, utilizando a eficiência isentrópica igual a 0,75. A metodologia foi obtida da ref.[4]:, portanto maiores informações sobre a metodologia podem ser obtidas nessa referência.

$$\Delta T_{12_s} = \frac{\Delta T_{12}}{\eta_{estator}} \quad (2.39)$$

$$T_{2_s} = T_1 - \Delta T_{12_s} \quad (2.40)$$

$$p_2 = p_1 \left( \frac{T_{2_s}}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2.41)$$

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R \cdot T_{2_s}} \quad (2.42)$$

$$C_{\alpha2} = \frac{\dot{m}}{\rho_2 \cdot A} \quad (2.43)$$

$$C_{w2} = C_{\alpha2} \cdot \tan \alpha_2 \quad (2.44)$$

Esse cálculo é feito até que a velocidade axial converja. Após a convergência do cálculo ser observada, obtém-se a velocidade na saída do estator.

O cálculo foi desenvolvido apenas para o estator, no qual o referencial estava estático. Entretanto o cálculo não é válido para as palhetas do rotor, uma vez que o referencial do rotor é solidário ao movimento do rotor./

Para contornar o problema, os cálculos são executados para um referencial solidário ao rotor, logo ele tem a mesma velocidade angular do rotor. Ao mudar o referencial, pode se aplicar o mesmo cálculo aplicado para o estator, utilizando a velocidade relativa  $V_2$  e o ângulo  $\beta_2$ .

Aplicando as equações e hipóteses mencionadas para o cálculo do estator, têm-se as seguintes equações:

$$C_{\alpha 2} = C_{\alpha 3} \quad (2.45)$$

$$C_{w3} = C_{\alpha 3} \cdot \tan \alpha_3 \quad (2.46)$$

$$V_{w3} = C_{w3} + U \quad (2.47)$$

Redefinindo a energia cinética:

$$\Delta E_{c23} = \frac{(C_{w3}^2 + C_{\alpha 3}^2) - (V_{w2}^2 + C_{\alpha 2}^2)}{2} \quad (2.48)$$

Aplicando a 1ª lei da termodinâmica:

$$\Delta T_{23} = \frac{\Delta E_{c23}}{c_p} \quad (2.49)$$

$$T_3 = T_2 - \Delta T_{23} \quad (2.50)$$

$$\Delta T_{23s} = \frac{\Delta T_{23}}{\eta_{estator}} \quad (2.51)$$

$$T_{3s} = T_2 - \Delta T_{23s} \quad (2.52)$$

$$p_3 = p_2 \left( \frac{T_{3s}}{T_{2s}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2.53)$$

$$\rho_3 = \frac{p_3}{R \cdot T_{3s}} \quad (2.54)$$

$$C_{\alpha 3} = \frac{\dot{m}}{\rho_3 \cdot A} \quad (2.55)$$

$$C_{w3} = C_{\alpha 3} \cdot \tan \alpha_3 \quad (2.56)$$

A partir das velocidades obtidas, obtém-se a potência produzida:

$$\Delta W = \dot{m} \cdot (C_{w3} + C_{w2}) \cdot U \quad (2.57)$$

Deve ser salientado que a pressão  $p_3$  é próxima ou igual a atmosférica, pois o gás é descarregado no ambiente. Para realizar os cálculos, foi produzida uma rotina em Matlab (a rotina está apresentada no anexo A) e os resultados estão dispostos na tab. (2.4).

Tabela 2.4: Resultado do Triângulo de Velocidades

Resultados do triângulo de Velocidades	
$C_{\alpha 2}$ (m/s)	50,52
$C_{w2}$ (m/s)	138,79
$C_{\alpha 3}$ (m/s)	55,85
$C_{w3}$ (m/s)	171,50
$W$ (kW)	3,265
$P_3$ (bar)	1,009

## 2.2.4. Triângulo de Velocidades aplicado a Turbinas Radiais (Projeto Preliminar de Turbinas Radiais)

### 2.2.4.1. Parâmetros Básicos Iniciais

O projeto inicial de turbinas tanto radiais quanto axiais visa à definição de alguns parâmetros geométricos básicos da turbina conforme explanado em [7].

Deste ponto em diante, será utilizada a seguinte nomenclatura indicial: índice 1 corresponde a entrada do estágio da turbina; índice 2 corresponde a entrada do rotor; e o índice 3 corresponde a descarga do rotor.

A primeira hipótese tomada é de que há um conhecimento (ou demanda) da potência que a turbina terá de fornecer. Neste caso, como a turbina proposta substituirá uma turbina instalada cuja potência é conhecida, a imposição da potência é um método apropriado para o desenvolvimento desse projeto. A potência é matematicamente descrita pela fórmula:

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = h_{01} - h_{03} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \cdot (T_{01} - T_{03}) \quad (2.58)$$

Dividindo a equação por  $h_{01}$ , tem-se o adimensional de projeto denominado razão de potência (*nondimensional power ratio* [7]):

$$S_W = \frac{\dot{W}}{\dot{m} \cdot h_{01}} = 1 - \frac{T_{03}}{T_{01}} \quad (2.59)$$

Conforme descrito anteriormente, a potência, o fluxo mássico e o estado de entrada na turbina já são conhecidos, portanto esse adimensional pode ser calculado diretamente. Esse adimensional será utilizado como base para os próximos cálculos. Caso esses dados não sejam conhecidos, a referência [7] propõe uma solução iterativa para o cálculo desse parâmetro  $S_W$ .

A razão de potência pode ser relacionada à razão de estágio de pressão através da *total-to-static efficiency* (eq. (2.60)).

$$\eta_{ts} = \frac{1 - \frac{T_{03}}{T_{01}}}{1 - \left(\frac{P_{01}}{P_3}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}}} \quad (2.60)$$

#### 2.2.4.2. Projeto da Seção de Entrada do Rotor

Para definir os parâmetros que se quer obter, eles estão indicados na fig. (2.14). Essa figura define as principais dimensões do rotor sem especificar a geometria das pás (isto é, sua curvatura). Desta, extraí-se que o ar é admitido no rotor radialmente. Essa condição de admissão é favorável do ponto de vista estrutural, de acordo com [7].

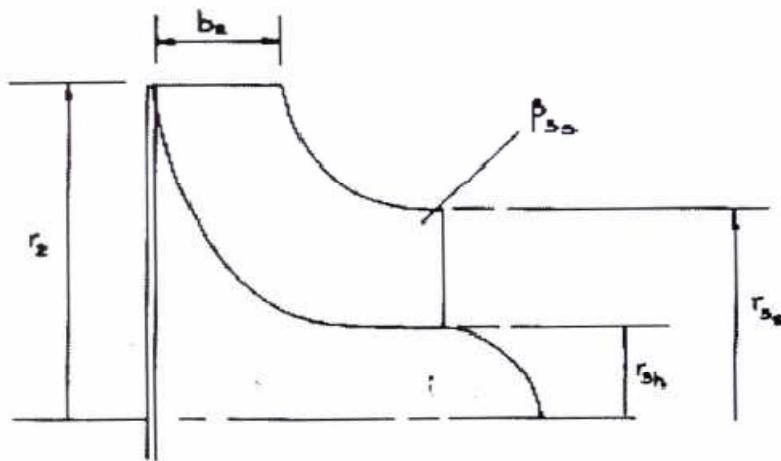


Figura 2.14: Geometria Básica do rotor Radial

No ponto de máxima eficiência, procedimentos iniciais de projeto assumem que a velocidade relativa é paralela a pá radial, assim o triângulo de velocidades é apropriado para o projeto inicial. Entretanto, o triângulo de velocidades para a entrada do rotor é descrito genericamente pela fig. (2.15).

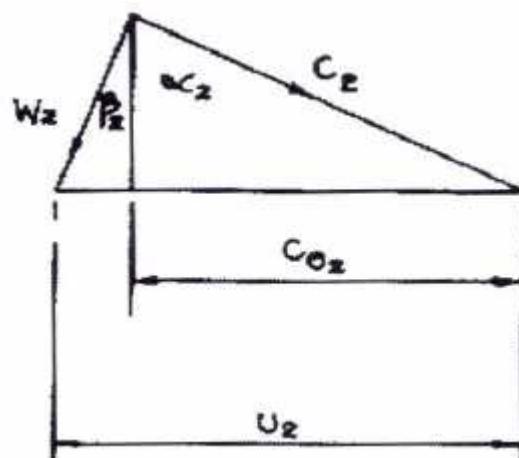


Figura 2.15: Triângulo de Velocidades para a Seção de Entrada do Rotor

Na fig. (2.15), observam-se as variáveis  $\alpha_2$ , que corresponde ao ângulo entre a velocidade absoluta de entrada  $C_2$  e a direção radial,  $\beta_2$ , que correspondem ao ângulo entre a velocidade relativa  $W_2$  e a direção radial,  $U$  corresponde a velocidade tangencial das pás,  $C_{\theta 2}$ , que corresponde a projeção da velocidade absoluta do gás na direção tangencial.

A partir das definições das variáveis, pode ser escrita a equação de Euler aplicada a turbomáquinas. A equação de Euler se baseia no princípio da conservação da quantidade de movimento e, com base nesse princípio, pode ser escrita uma fórmula para a potência gerada em uma turbomáquina.

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = U_2 \cdot C_{\theta 2} - U_3 \cdot C_{\theta 3} \quad (2.61)$$

É comum utilizar a hipótese de que o escoamento na saída do rotor é axial, portanto desprezando outros efeitos como o ‘swirl’, caracterizado pela rotacionalidade. A eq. (2.61) pode ser simplificada, uma vez que não há projeção da velocidade absoluta  $C_3$  (eq. (2.62)), na direção tangencial.

$$C_{\theta 3} = 0 \quad (2.62)$$

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}} = U_2 \cdot C_{\theta 2} \quad (2.63)$$

Substituindo no adimensional  $S_w$ , obtém-se:

$$\frac{U_2 \cdot C_{\theta 2}}{a_{01} \cdot a_{01}} = \frac{S_w}{\gamma - 1} \quad (2.64)$$

Após a definição das hipóteses feitas até o momento e das equações obtidas, há a necessidade de calcular os parâmetros geométricos do rotor, os quais podem ser definidos com o triângulo de velocidades, uma vez que esses parâmetros são necessários para o projeto tanto do rotor quanto do estator.

Do triângulo de velocidades obtém-se a eq.(2.65):

$$C_{\theta 2} = U_2 + C_{m2} \cdot \tan \beta_2 = U_2 + \frac{C_{\theta 2}}{\tan \alpha_2} \cdot \tan \beta_2 \quad (2.65)$$

Essa equação pode ser reescrita para formar uma equação de segundo grau em relação à tangente de  $\alpha_2$ .

$$\tan^2 \alpha_2 \cdot \left(1 - \frac{U_2 C_{\theta 2}}{a_{01}^2} \frac{a_{01}^2}{c_2^2}\right) - \tan \alpha_2 \tan \beta_2 - \frac{U_2 C_{\theta 2}}{a_{01}^2} \frac{a_{01}^2}{c_2^2} = 0 \quad (2.66)$$

O número de Mach de estagnação na entrada o rotor é definido em [7], conforme a eq. (2.67). O número de Mach na entrada do rotor pode ser escrito em função do número de Mach da estagnação, como mostrada na eq. (2.68), desde que se assuma que o escoamento no estator é adiabático, hipótese já utilizada no triângulo de velocidades da turbina axial.

$$Ma_{02} = \frac{c_2}{a_{01}} \quad (2.67)$$

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_{02}^2}{\left(1 - \frac{\gamma-1}{2} Ma_{02}^2\right)} \quad (2.68)$$

A eq. (2.66) só pode ser resolvida se o valor do número de Mach atingir valores suficientes para que sejam obtidas raízes de números positivos (raízes não complexas). Logo, o valor mínimo do número de Mach é limitado a partir da eq. (2.69), proveniente do delta de Báskara.

$$\tan^2 \beta_2 + 4 \cdot \left(1 - \frac{U_2 C_{\theta 2}}{a_{01}^2} \cdot \frac{a_{01}^2}{c_2^2}\right) \cdot \frac{U_2 C_{\theta 2}}{a_{01}^2} \cdot \frac{a_{01}^2}{c_2^2} = 0 \quad (2.69)$$

Substituindo (2.64) em (2.69), obtém-se:

$$4 \left(\frac{S_w}{\gamma-1} \cdot \frac{a_{01}^2}{c_2^2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{S_w}{\gamma-1} \cdot \frac{a_{01}^2}{c_2^2} - \tan^2 \beta_2 = 0 \quad (2.70)$$

A solução de (2.70) é dada por:

$$\frac{c_2^2}{a_{01}^2} = \frac{S_w}{\gamma-1} \cdot \frac{2 \cos \beta_2}{1 + \cos \beta_2} \quad (2.71)$$

A eq. (2.71) define o mínimo valor de Mach para uma razão de potência  $S_w$  especificada e um valor ótimo de ângulo relativo  $\beta_2$ . Em [7], é exposto que o efeito

do ângulo relativo não é tão significativo quanto o da razão de potência  $S_w$ . Essa conclusão pode ser facilmente obtida pelo fato de que a influência do ângulo está limitada pela função cosseno, enquanto a razão de potência é diretamente proporcional ao número de Mach.

Com a definição do número de Mach, o triângulo de velocidades na entrada do rotor está completamente desenvolvido. O ângulo de entrada do rotor ( $\alpha_2$ ) pode ser obtido através da eq. (2.66) ou, caso o projeto se baseie no valor mínimo do número de Mach, o ângulo de entrada no rotor ( $\alpha_2$ ) pode ser definido pela eq. (2.72).

Entretanto, teriam de ser definidos o número de Mach na seção e o ângulo  $\beta_2$ . Na seção 2.2.4.3, serão mostradas correlações para a obtenção do ângulo ótimo  $\beta_2$  (ou  $\alpha_2$ ).

$$\tan \alpha_2 = \frac{\sin \beta_2}{\cos \beta_2 - 1} \quad (2.72)$$

Além disso, pode ser definido o adimensional para o mínimo número de Mach:

$$\left(\frac{U_2}{a_{01}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\gamma-1}\right) \cdot \frac{S_w}{\cos \beta_2} \quad (2.73)$$

#### 2.2.4.3. Cálculo do ângulo relativo de entrada no rotor ótimo

O próximo passo, após a definição do triângulo de velocidades, é a definição do ângulo ótimo de entrada do escoamento. Uma breve discussão disso pode ser encontrada em [7].

Existem várias metodologias para a definição desse ângulo. Nesta seção, serão discutidas três expressões para a definição do ângulo de entrada.

A primeira foi definida para escoamento inviscido bidimensional em um rotor de um compressor centrífugo, o que é equivalente ao caso estudado, apenas alterando os sentidos dos vetores. Para esse caso, foi definida a seguinte relação:

$$C_{\theta 2} = U_2 \cdot \left(1 - \frac{0,63 \cdot \pi}{Z_B}\right) \quad (2.74)$$

Porém, da eq. (2.65), sabe-se que:

$$C_{\theta 2} = U_2 \left( \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_2 - \tan \beta_2} \right) \quad (2.75)$$

Combinando as eq. (2.74) e (2.75), para a condição de número de Mach mínimo (descrita pela eq. (2.72)), obtém-se:

$$\cos \beta_2 = \left( 1 - \frac{0,63 \cdot \pi}{Z_B} \right) \quad (2.76)$$

Reescrevendo, relaciona-se o número de pás com o ângulo de entrada  $\alpha_2$ :

$$\cos^2 \alpha_2 = \frac{0,63 \cdot \pi}{2 \cdot Z_B} \quad (2.77)$$

Outra expressão é dada pela eq. (2.78):

$$Z_B = 2 \cdot \pi \cdot \tan \alpha_2 \quad (2.78)$$

Essa expressão é aplicável apenas se os efeitos da incidência induzida forem desprezados.

A última expressão propõe alterações na correlação descrita pela eq.(2.78), pois defendia que esta resultava em um número excessivo de pás.

$$Z_B = \frac{\pi}{30} \cdot (110 - \alpha_2) \cdot \tan \alpha_2 \quad (2.79)$$

Essas expressões permitem que, fixado o número de pás do rotor, sejam obtidos os ângulos de entrada do rotor ( $\alpha_2$ ) e relativo de entrada ( $\beta_2$ ).

O método desenvolvido para a obtenção da eq. (2.77) considerou um escoamento invíscido e bidimensional. Ao usar essa consideração, os valores podem ser maiores do que o ponto ótimo real, conforme discutido em [7].

#### 2.2.4.4. Projeto da Seção de descarga/saída do rotor

Bem como o que foi descrito para o item anterior, será descrito um procedimento que procura definir um as variáveis geométrica da seção de descarga do rotor, baseando-se no fato de que, com o valor mínimo do número de Mach, seja alcançado um valor para o fluxo mássico adimensional.

Conforme descrito anteriormente, uma das hipóteses é de que o escoamento na saída do rotor é axial, ou seja, não há ‘swirl’ na seção de saída do rotor. Fundamentando-se nessa hipótese, pode ser escrita uma equação para o número de Mach para a velocidade relativa do escoamento.

$$M'^2_3 = M_3^2 + \frac{\theta \cdot M_u^2}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{M_3} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_3^2 \right)^{0,5} \sqrt{\frac{T_{01}}{T_{03}} \frac{P_{01}}{P_3}} \quad (2.80)$$

Na qual  $\theta$  é o fluxo mássico adimensional dado por:

$$\theta = \frac{\dot{m}}{\rho_{01} a_{01} \pi r_2^2} \quad (2.81)$$

Para utilizar a eq. (2.80), tem de ser definidas as relações entre pressões, a qual pode ser definida a partir da especificação da eficiência *total-to-static* da turbina.

$$\left( \frac{P_3}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \frac{1 - \frac{T_{03}}{T_{01}}}{\eta_{ts}} = 1 - \frac{s_w}{\eta_{ts}} \quad (2.82)$$

O projeto se baseia na especificação do triângulo de velocidades. Para obter o triângulo de velocidades será definida a razão de velocidades: A referência [7] recomenda que esse valor seja igual ou próximo a 2.

$$W_R = \frac{W_{3s}}{W_2} \quad (2.83)$$

Após a definição desse adimensional, o número de Mach da velocidade relativa na seção de descarga pode ser reescrita.

$$M'^2_3 = W_R^2 M'^2_2 \frac{T_2}{T_{02}} \frac{T_{02}}{T_{03}} \frac{T_{03}}{T_3} \quad (2.84)$$

A relação entre as temperaturas de estagnação e estática na saída do rotor são dadas por:

$$\frac{T_3}{T_{03}} = 1 - \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_3^2 \cos \beta_3^2}{a_{03}^2} \quad (2.85)$$

Da relação de temperaturas, pode ser utilizada a eq. (2.86):

$$\frac{W_3}{a_{03}} = W_R \frac{W_2}{a_{01}} \sqrt{\frac{T_{01}}{T_{03}}} \quad (2.86)$$

Portanto o número de Mach da velocidade absoluta na seção de descarga é dado pela eq. (2.87).

$$M_3 = M'_3 \cos \beta_3 \quad (2.87)$$

Utilizando essas equações o triângulo de velocidades está definido.

#### 2.2.4.5. Cálculos da Geometria do Rotor através de Adimensionais

O triângulo de velocidades na seção de descarga do rotor foi definido através da adimensionalização dos módulos dos vetores velocidade dividindo-os pela velocidade do som da estagnação  $a_{03}$  ou pela velocidade do som  $a_3$ .

Conforme definido, a temperatura de estagnação é definida através da razão de potência  $S_w$ , os vetores velocidade da seção de descarga podem ser modificados de tal forma que sejam adimensionalizados pela velocidade do som de estagnação na seção de entrada do rotor.

A primeira definição da geometria é a razão dos raios do rotor dada pela fórmula:

$$\frac{r_{3s}}{r_2} = \frac{U_3}{a_{01}} \frac{a_{01}}{U_2} \quad (2.88)$$

Para o caso de trabalho, no qual o mínimo número de Mach é utilizado, a razão de raios é caracterizada pela eq. (2.89):

$$\left(\frac{r_{3s}}{r_2}\right)^2 = W_R^2 \frac{1-\cos\beta_2}{1+\cos\beta_2} \sin^2 \beta_3 \quad (2.89)$$

A razão dos raios é uma função linear da razão de velocidade relativa para quaisquer ângulos relativos de entrada e de descarga especificados, uma vez que a condição de mínimo número de Mach seja satisfeita.

Outra forma de escrever a razão de raios é da seguinte forma:

$$\frac{r_{3s}}{r_2} = \frac{c_{m3}}{U_2} \tan \beta_3 \quad (2.90)$$

O último parâmetro geométrico que precisa ser calculado é a altura  $b_2$  na seção de admissão do rotor. Esse parâmetro é obtido através do adimensional  $b_2/r_2$ .

A relação de áreas no rotor pode ser determinada com a aplicação da equação da continuidade entre as seções de entrada e saída do rotor. Os números de Mach são conhecidos nas duas seções o adimensional  $\theta$  (definido pela eq. (2.81)) pode ser caracterizado nas seções de entrada e saída do rotor pelas eq. (2.91) e (2.92).

$$\theta_2 = \cos \alpha_2 M_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)^{\frac{-\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.91)$$

$$\theta_3 = M_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2\right)^{\frac{-\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.92)$$

Em posse das equações, pode ser escrita a relação de áreas representada na eq. (2.93)

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{\theta_2 \rho_{02} a_{02}}{\theta_3 \rho_{03} a_{03}} = \frac{\theta_2 \rho_{02}}{\theta_3 \rho_{03}} \sqrt{\frac{T_{01}}{T_{03}}} \quad (2.93)$$

Para determinar tal relação é necessário obter a relação entre as densidades que pode ser expressa pela eq. (2.94):

$$\frac{\rho_{02}}{\rho_{03}} = \frac{P_{02} T_{03}}{P_{03} T_{02}} = \frac{P_{02}}{P_{01}} \frac{P_{01}}{P_{03}} \frac{T_{03}}{T_{02}} \quad (2.94)$$

A definição do termo  $P_{02}/P_{01}$  passa pela especificação da eficiência o estator que é caracterizada pela eq. (2.95):

$$\eta_N = \frac{\frac{1 - \frac{T_2}{T_{01}}}{\gamma - 1}}{1 - \left(\frac{P_2}{P_{01}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (2.95)$$

Finalmente, a partir da equação de estagnação entre  $P_{02}/P_2$  obtém-se a relação  $P_{02}/P_{01}$ . Assim, define-se a relação entre áreas, a qual é utilizada na eq. (2.96) para determinar  $b_2$ .

$$\frac{b_2}{r_2} = \frac{1}{2} \left( \frac{r_{3s}}{r_2} \right)^2 (1 - \nu^2) / \frac{A_3}{A_2} \quad (2.96)$$

Assim o projeto das dimensões iniciais está determinado. Entretanto ainda é necessária a verificação do ângulo absoluto  $\alpha_3$ , o qual tem de ser menor ou igual a  $10^\circ$  para o funcionamento adequado da turbina radial.

Essa verificação é simples sendo feita através do triângulo de velocidades, o qual necessita de dois parâmetros para ser definido: a velocidade relativa e a velocidade tangencial. A velocidade relativa pode ser definida pelo ângulo relativo de saída ( $\beta_3$ ) e pela projeção da velocidade na direção axial, que pode ser obtida pela vazão mássica. Já a velocidade tangencial é obtida através da rotação (um dos dados de entrada do projeto) e dos raios da seção de descarga.

Em suma, o projeto está completo, porém ainda há a necessidade de definir a geometria da pá, que, se mal projetada, pode levar a uma baixa eficiência da turbina. Logo, a definição do formato da pá é fundamental para um bom projeto da turbina.

### **2.2.5. Resultados do Método de Triângulo de Velocidades para Turbinas Radiais**

A aplicação do método sugerido por [7] foi implementado através de uma planilha em Excel. O projeto se inicia com a definição de alguns parâmetros que possibilitam os cálculos, entretanto, nesse caso, como o objetivo é substituir a atual turbina axial, os parâmetros de potência, rotação e vazão será iguais aos da turbina axial instalada atualmente no LETE.

O primeiro parâmetro fixado foi a potência gerada e a potência estimada foi de 2 kW. A vazão, em um primeiro passo do projeto, será mantida igual à obtida através dos testes. A vazão atual medida no laboratório é da ordem de 0,16 kg/s e, portanto, esse será o valor utilizado.

A rotação atual de operação da turbina é de 10000 rpm , entretanto o projeto anterior foi realizado para uma rotação de 15000 rpm [4]. Como parâmetro de projeto, será admitido o valor de 10000 rpm, observado durante a operação da turbina axial.

De acordo com medições feitas no LETE, os gases de combustão entram no gerador de potência com temperatura de 873,15 K (ou 600°C), que é um dos dados de entrada do projeto inicial da turbina.

Uma das hipóteses simplificadoras adotadas foi a de gás perfeito. Nesse ponto é importante salientar que os combustores de turbinas a gás trabalham com grande excesso de ar. Portanto, é razoável utilizar a hipótese de que a relação de calores específicos ( $k$ ) é igual a 1,4; valor correspondente para o ar.

Um resumo das constantes utilizadas é a apresentada na tabela (2.5).

Tabela 2.5: Constantes do Projeto da Turbina Radial

Constantes do Projeto	
Temperatura 01 (K)	873,15
Vazão em massa (kg/s)	0,16
Rotação (rpm)	10000
Potência (kW)	2
Relação de Calores específicos	1,4

Para completar o projeto, alguns valores tiveram de ser adotados ou estimados para que se obtivessem parâmetros compatíveis com os desejados. Dois parâmetros que precisam ser definidos são o número de pás do rotor e o ângulo relativo na seção de descarga do rotor. O último, de acordo com [7], tem de estar entre  $-55^\circ$  e  $-70^\circ$ , entretanto o valor ideal tem de ser definido pelo projetista. Já para o número de pás, não há nenhum tipo de orientação e cabe ao projetista obter um valor razoável.

Obviamente trata-se de um processo iterativo, em que o projetista altera os parâmetros até chegar ao ponto que julgue estar satisfatório.

Um parâmetro construtivo limitado pelas instalações é o raio  $r_{3h}$  que corresponde a raio interno da coroa circular da seção de descarga do rotor radial. Esse raio é limitado pelo eixo e sua respectiva fixação no rotor e, para o projeto da turbina atual será adotado o mesmo eixo do projeto da turbina axial.

O valor da relação entre velocidades relativas ( $W_R$ ) é fixado em 2, conforme aconselhado por [7]. Entretanto, esse valor pode ser alterado pelo projetista, caso este julgue necessário.

Para avaliar a largura da seção de admissão do rotor, faz-se necessário estimar dois parâmetros de eficiência dos processos envolvidos no estágio da turbina.

O primeiro é a eficiência do estator, a qual foi avaliada em 77%, uma vez que este é um valor próximo do avaliado para a turbina axial. O segundo é a *total-to-static efficiency* avaliada em 70%, pois a eficiência do rotor atual foi avaliada em um valor próximo desse.

Esses parâmetros estão representados na tabela (2.6).

Tabela 2.6: Variáveis do Projeto de uma Turbina Radial

Variáveis do Projeto	
Número de pás	7
Relação entre velocidades relativas	2
Eficiência <i>total-to-static</i>	0,7
Eficiência do Estator	0,77
Ângulo Relativo na seção de Descarga(°)	-60
Raio Interior da seção de descarga (mm)	15

Finalmente, após a definição dessas constantes e variáveis, define-se a geometria básica do rotor. Esses parâmetros estão dispostos na tabela (2.7).

Tabela 2.7: Parâmetros Geométricos da Turbina Radial

Dimensões e Ângulos da Turbina Radial	
Raio da seção de entrada (mm)	126,13
Largura da seção de Entrada (mm)	16,51
Raio Externo da seção de Descarga (mm)	66,48
Raio Interno da seção de Descarga (mm)	15,00
Ângulo de Entrada $\alpha_2$ (°)	67,91
Ângulo Relativo de Entrada $\beta_2$ (°)	-44,17
Ângulo Relativo de Saída $\beta_3$ (°)	-60,00

## 2.2.6. Configurações de rotor

Em [11], são apresentados quatro tipos de configurações de rotores: rotor bidimensional (ou também denominada *radial fibred rotor*), quase tridimensional, tridimensional sem *inducer* e tridimensional com *inducer*. A fig. (2.16) representa os possíveis tipos de rotores.

O rotor bidimensional é caracterizado pela pá ser radial, ou seja, a direção da pá é radial em todas as seções perpendiculares ao eixo axial, já a pá tridimensional não segue a direção radial ela varia conforme sua posição radial, sendo uma combinação entre a direção radial e a tangencial.

O rotor tridimensional apresenta maiores eficiências, entretanto a sua fabricação é muito mais complicada, sendo necessária a opção entre uma fabricação mais fácil e um rotor com maior eficiência.

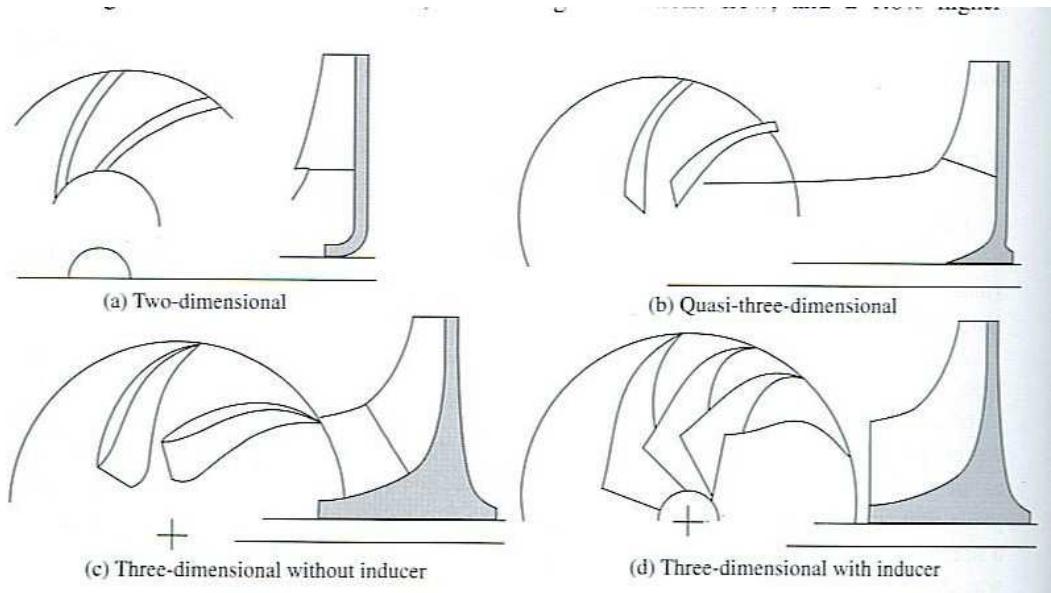


Figura 2.16: Configurações de Rotores Axiais

Além disso, rotores com configuração bidimensional ocupam uma menor distância axial, caracterizados, portanto, por serem mais compactos.

As informações qualitativas sobre a configuração do rotor servem de base para a escolha do rotor mais apropriado. Um dos fatores mais importantes nesse projeto é a viabilidade da fabricação do rotor, logo o rotor mais apropriado é o rotor bidimensional. Definido o rotor, há a necessidade de definir geometricamente as palhetas do rotor radial.

### 2.2.7. Projeto das Palhetas para Rotores Bidimensionais

A primeira etapa do projeto do rotor da turbina foi a definição de parâmetros geométricos básicos do rotor da turbina, como diâmetros da seção de descarga, largura e diâmetro da seção de admissão do rotor, bem como os ângulos das pás nas seções de admissão e saída do rotor.

Entretanto ainda há a necessidade de um projeto mais detalhado da geometria das palhetas do rotor radial. Nessa seção, será descrito o projeto das palhetas pelo método das Projeções Bidimensionais, proposto em [12].

A geometria das palhetas pode ser vista pela projeção em dois planos: r-z (também denominado meridional) e  $\theta$ -z em um raio de referência,  $r_{ref}$ . Essas projeções estão representadas nas fig. (2.17) e (2.18).

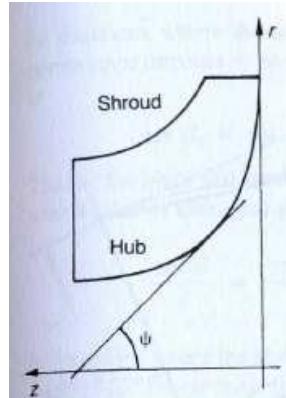


Figura 2.17: Projeção da geometria da palheta no plano r-z (plano Meridional)

Na fig. (2.17), observam-se as linhas do *shroud* (ponta da palheta) e do *hub* (base da palheta). O ângulo  $\psi$  é o ângulo de cone, definido como ângulo entre um ponto das curvas (tanto do *hub* quanto do *shroud*) e o eixo  $z$ . Outra interpretação seria o ângulo que a reta tangente (ou primeira derivada) de um ponto dessas curvas determina ao encontrar o eixo  $z$ .

Bem como foi definido para o plano meridional, há um ângulo característico denominado *camber angle*. Esse é o ângulo que os pontos da *camberline* (projeção da palheta no plano  $r_{ref}\Theta-z$ ) fazem com o eixo axial, assim uma interpretação igual à realizada para o ângulo de cone pode ser feita.

A principal característica do rotor é simetria axial, e uma das consequências desse aspecto é uma única projeção no plano meridional, de forma mais direta, todas as pás do rotor são iguais. Entretanto, para que seja obtida apenas uma única *camberline*, há necessidade de que as pás sejam radiais em todas as seções normais ao eixo axial. O tipo de turbina descrito acima é comumente descrito como *radial fibred*. Esse tipo de projeto é muito usado, pois não introduz tensões por flexão centrífuga.

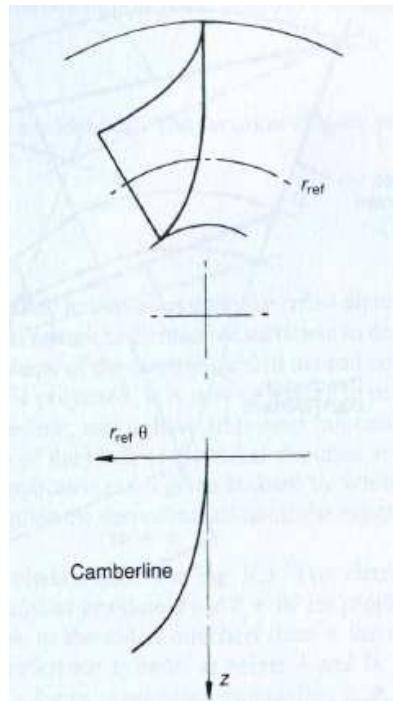


Figura 2.18: Projeção da Geometria da palheta no plano  $\theta$ - $z$

Até aqui foram definidas três curvas, a curva da ponta da pá, a curva da base rotor e a *camberline* e a definição dessas três curvas formam a geometria da palheta.

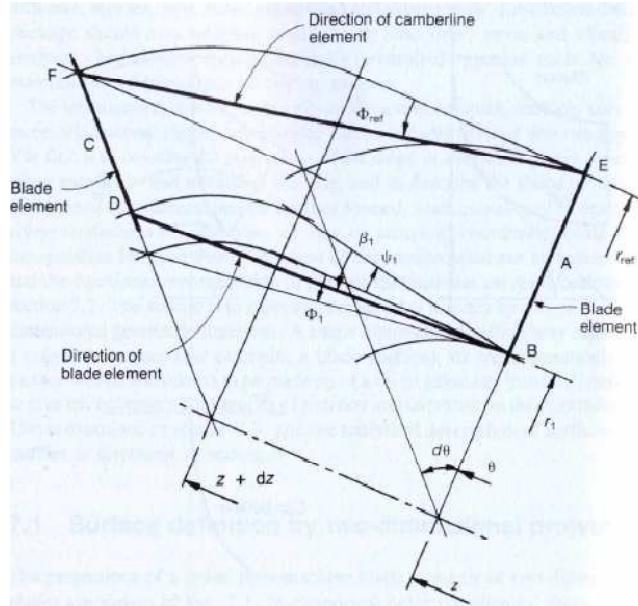


Figura 2.19: Variação dos elementos da pá ao transladar  $dz$

A fig. (2.19) mostra um elemento da pá AB, localizado pela coordenada  $z$  e pela posição angular  $\theta$ . Como se trata de um perfil de pá radial, a projeção dos pontos

AB em um cilindro é o ponto E. Ao translada  $dz$  na direção axial, a posição angular nessa seção é  $\theta+d\theta$ , novamente a projeção dos pontos CD em um cilindro de raio de referência é o ponto F. A reta formada por EF é a direção da *camberline* e a reta formada por BD é a direção do elemento de pás para um raio arbitrário  $r_1$ . O ângulo da *camberline* é  $\phi_1$ , o qual está definido na fig. (2.19) e o ângulo da palheta é  $\beta_1$ .

A partir das definições acima, a geometria da *camberline* pode ser relacionada com o ângulo da palheta ( $\beta$ ). De acordo com [12], para qualquer posição axial, o *camber angle* para o raio de referência pode ser descrito pela eq. (2.97)

$$\frac{\tan \phi_{ref}}{\tan \phi} = \frac{d\theta}{dz} \quad (2.97)$$

Assim pode se escrever a eq. (2.98) que relaciona o estado de referência e um raio  $r_1$  arbitrário:

$$\frac{\tan \phi_1}{r_1} = \frac{\tan \phi_{ref}}{r_{ref}} \quad (2.98)$$

O ângulo  $\beta_1$  é definido pela eq. (2.99):

$$\tan \beta_1 = \frac{r_1 d\theta}{\sqrt{dr_1^2 + dz^2}} \quad (2.99)$$

Da fig. (2.18), pode ser obtida a Eq. (2.100), aplicando a definição de cosseno:

$$\cos \psi_1 = \frac{dz}{\sqrt{dr_1^2 + dz^2}} \quad (2.100)$$

Combinando as eq. (2.97) a (2.100), obtém-se:

$$\tan \beta_1 = \tan \phi_1 \tan \psi_1 \quad (2.101)$$

Há um caso que tem de ser destacado. Na seção de descarga da turbina, o ângulo de cone é nulo e, portanto, observa-se a relação:

$$\tan \beta_1 = \tan \phi_1 \quad (2.102)$$

Combinando a eq. (2.102) com a eq.(2.98), obtém-se:

$$\frac{\tan \beta}{r} = \frac{\tan \beta_{ref}}{r_{ref}} \quad (2.103)$$

Após a definição das linhas a serem determinadas, é necessário definir uma fórmula matemática que caracterize essas três linhas. Os valores previamente definidos para o rotor (ângulos da pá, dimensões) são as condições de contorno impostas para a determinação dos coeficientes da equação analítica que definirá essas curvas. Um maior aprofundamento sobre o assunto pode ser obtido em [12].

Para o projeto da pá, será utilizada a eq. (2.104) em sua forma geral:

$$\left(\frac{z+a}{b}\right)^p + \left(\frac{x+c}{d}\right)^q = 1 \quad (2.104)$$

Na eq. (2.104),  $x$  é o raio para as curvas da ponta da pá e da base do rotor e  $r_{ref}\theta$  para a *camberline*. Os coeficiente  $a,b,c,d$  são definidos a partir das condições de contorno para  $x$  e  $x'$  nos pontos  $z_1$  e  $z_2$ . Os parâmetros  $p$  e  $q$  são escolhidos pelo encarregado de realizar o projeto, sendo uma boa idéia variá-los e obter várias curvas analíticas que satisfaçam as condições de contorno pré-estabelecidas.

O primeiro passo é derivar a equação na sua forma genérica, uma vez que a derivada de uma função corresponde à tangente no ponto em que a derivada foi calculada.

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{p}{q} \frac{d}{b} \left(\frac{z+a}{b}\right)^{p-1} \left(\frac{x+c}{d}\right)^{1-q} \quad (2.105)$$

Trata-se do projeto de uma turbina radial, portanto, para as linhas de *shroud* e *hub*, sabe-se que  $x_2'=0$  (derivada na seção de descarga é nula, uma vez que a seção é normal ao eixo axial) e  $x_1'=\infty$  (derivada na seção de admissão é infinita, pois a entrada no rotor é radial).

Aplicando essas condições de contorno, obtém-se os seguintes coeficientes para as linhas de *shroud* e *hub*:

$$a = -z_2 \quad (2.106)$$

$$b = z_1 - z_2 \quad (2.107)$$

$$c = -x_1 \quad (2.108)$$

$$d = x_2 - x_1 \quad (2.109)$$

Nas tab. (2.8) e (2.9), estão os valores das constantes para as linhas de *hub* e *shroud*, respectivamente.

Tabela 2.8: Constantes das Ovais de Lamé para a curva *hub* (base da pá)

Constantes das Ovais de Lamé (Hub)	
a	-0,1
b	-0,1
c	-0,13
d	-0,11
p	2
q	2

Tabela 2.9: Constantes das Ovais de Lamé para a curva *shroud* (ponta da pá)

Constantes das Ovais de Lamé (Shroud)	
a	-0,1
b	-0,083
c	-0,13
d	-0,06
p	2
q	2

A fig. (2.20) representa graficamente as curvas do *hub* e *shroud*. O eixo das abscissas representa a direção radial, enquanto o eixo das ordenadas representa a posição axial das duas curvas.

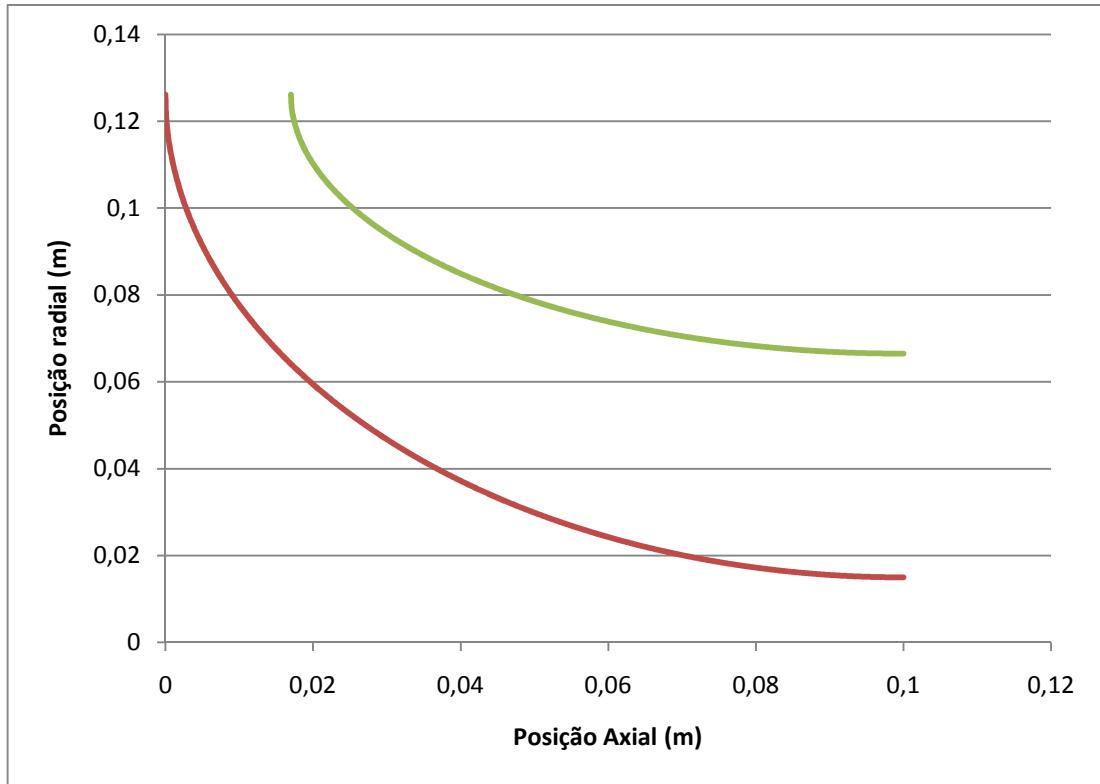


Figura 2.20: Gráfico do *hub* e *shroud* da palheta projetada

Entretanto, para a *camberline*, a obtenção dos parâmetros da equação de Lamé é mais complexa, pois as condições de contorno são diferentes das impostas para as linhas de *shroud* e *hub*. Nesse caso, a condição de contorno  $x_2'$  não é nula ou ilimitada, dependendo do ângulo relativo de saída da pá ( $\beta_3$ ).

Conforme salientado em [12], a maioria das *camberlines* tem a seguinte condição de contorno:  $x_1' = 0$ , no ponto  $z_1$ , pois turbinas tem entrada radial, logo sua derivada em relação a direção axial é nula. Entretanto a condição de  $x_2'$  não é nula ou ilimitada, portanto, os cálculos são mais complexos do que os apresentados para as linhas de *hub* e *shroud*.

As eq. (2.110) a (2.113) definem os parâmetros para a *camberline*.

$$a = -z_2 \quad (2.110)$$

$$b = (z_2 - z_1) \left[ 1 - \left( \frac{x_1 + c}{x_2 + c} \right)^q \right]^{-\frac{1}{p}} \quad (2.111)$$

$$d = x_2 + c \quad (2.112)$$

$$\frac{p}{x'_1(z_1-z_2)} \left[ 1 - \left( \frac{x_1+c}{x_2+c} \right)^q \right] + \frac{q}{x_2+c} \left( \frac{x_1+c}{x_2+c} \right)^{q-1} = 0 \quad (2.113)$$

O ponto principal dessa parte é a definição da constante  $c$ . A obtenção dessa constante é complicada, pois a eq. (2.112) não tem solução algébrica simples. A definição das demais constantes é bem mais simples, uma vez que a constante ‘c’ já foi definida anteriormente.

A tab.(2.10) apresenta as constantes obtidas para definir a *camberline*, que caracteriza a posição tangencial da pá do rotor.

Tabela 2.10: Constantes das Ovais de Lamé para a curva *camberline - hub* (base da pá)

Constantes das Ovais de Lamé (Camberline)	
a	0
b	0,1
c	-0,104
d	-0,104
p	2
q	2

A fig. (2.21) representa graficamente a *camberline*, que, conforme explicado, é igual para as duas curvas. O eixo das abscissas representa a direção tangencial, enquanto o eixo das ordenadas representa a posição axial das duas curvas.

A *camberline* define o ângulo  $\theta$  das coordenadas cilíndricas em função da posição axial, uma vez que o eixo das ordenadas corresponde ao ângulo  $\theta$  multiplicado pelo raio de referência.

A definição das duas curvas implica na definição de todos os pontos da pá em função do eixo axial  $z$ , ou seja, dada a posição axial  $z_1$  é possível calcular, a partir das curvas, a posição radial  $r$  e o ângulo  $\theta$ . Logo a forma da pá está definida, uma vez que todos os pontos estão definidos.

O próximo passo foi o desenho do rotor em um programa CAD, considerando a forma da pá definida acima e os dados definidos no projeto inicial da turbina. A fig. (2.22) mostra apenas o rotor sem a presença do estator e da voluta.

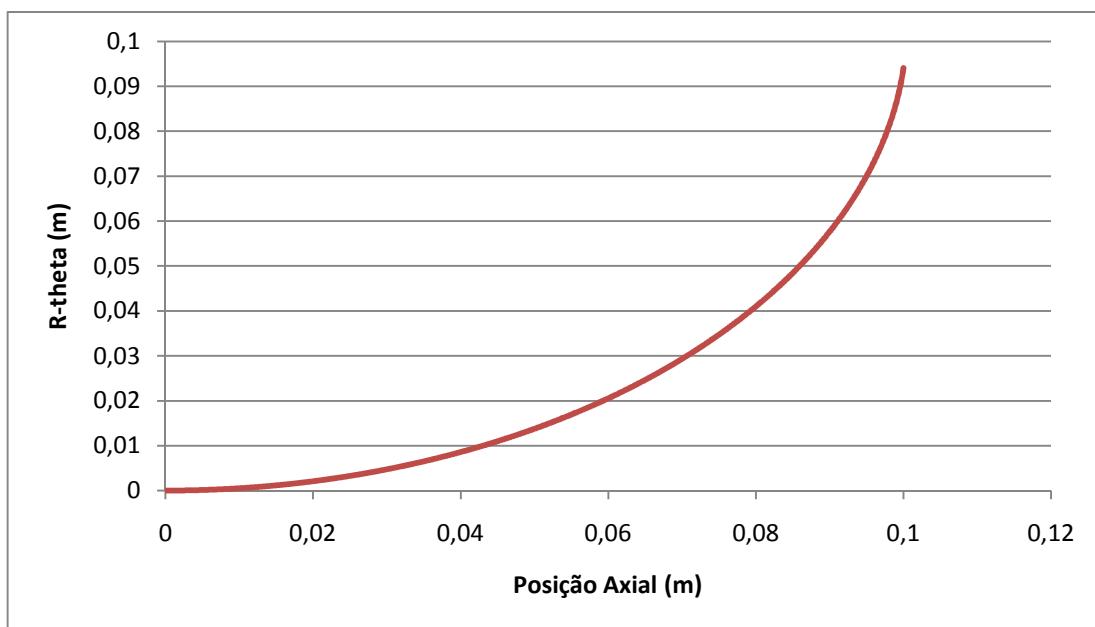


Figura 2.21: Gráfico das *camberlines* do *hub* e *shroud* da palheta projetada

Conforme obtido no projeto preliminar, há a necessidade de definir um estator para direcionar o fluxo para que o fluido entre com um vetor velocidade que faça um ângulo  $\alpha_2$  com a direção radial. Logo, foi desenvolvido um estator e uma voluta para que o fluxo corresponda aquele obtido pelo projeto através triângulo de velocidades.

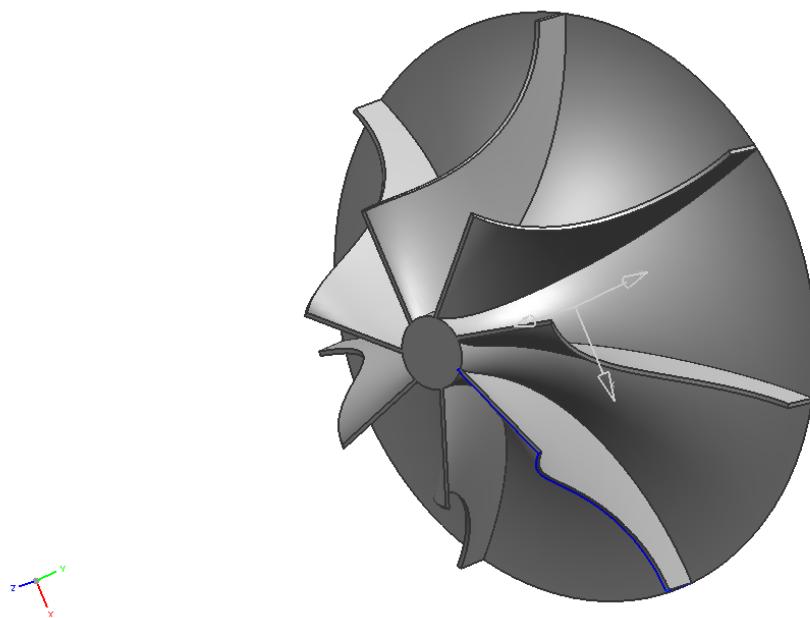


Figura 2.22: Rotor desenvolvido a partir dos Projetos Preliminar e de Formato da Pá

A fig. (2.23) mostra a parte interna da voluta, ou seja, a região ocupada pelo fluido. Observa-se que a distância entre estator e voluta não é uniforme para manter a velocidade do fluxo (a referência [11] denomina esse tipo de voluta como ‘scroll’).

O objetivo dessa voluta e das palhetas do estator é distribuir o fluxo para o rotor e fazer com que o gás entre no estator com o ângulo desejado ( $\alpha_2$ ), o qual foi descrito através do triângulo de velocidades.

Ao analisar a fig. (2.23), conclui-se que há uma diferença entre o número de pás do rotor e de pás no estator. O rotor tem 7 pás, enquanto o estator, 12 pás, esse número de palhetas do estator é sugerido em [11]. Esse fato não é tão incomum, sendo que, em [4], foi desenvolvido um rotor axial com diferença de passo entre estator e rotor (o que implica em números diferentes de palhetas para o estator e rotor, dado que ambos têm o mesmo diâmetro).

A geometria da voluta representada na fig. (2.23) já está pronta para ser introduzida no software utilizado para geração de malha.

Observa-se que não há um grande aprofundamento teórico em relação à voluta e seria necessário um maior desenvolvimento da metodologia para o projeto da voluta. A literatura é mais focada no desenho e projeto do rotor, sendo a voluta deixada em segundo plano. Inclusive em [11], infere-se que a presença de estatores não é necessária, mas, para uma maior eficiência os estatores são recomendados.

Portanto a geometria está totalmente descrita e, consequentemente, está pronta para ser avaliada através de softwares CFD. Os resultados e conclusões obtidas para a geometria radial estão dispostos na seção 5.

Uma possível continuação desse trabalho seria o projeto de um rotor tridimensional acompanhado de um novo projeto para a voluta e para os estatores, partindo de uma metodologia previamente descrita na literatura.

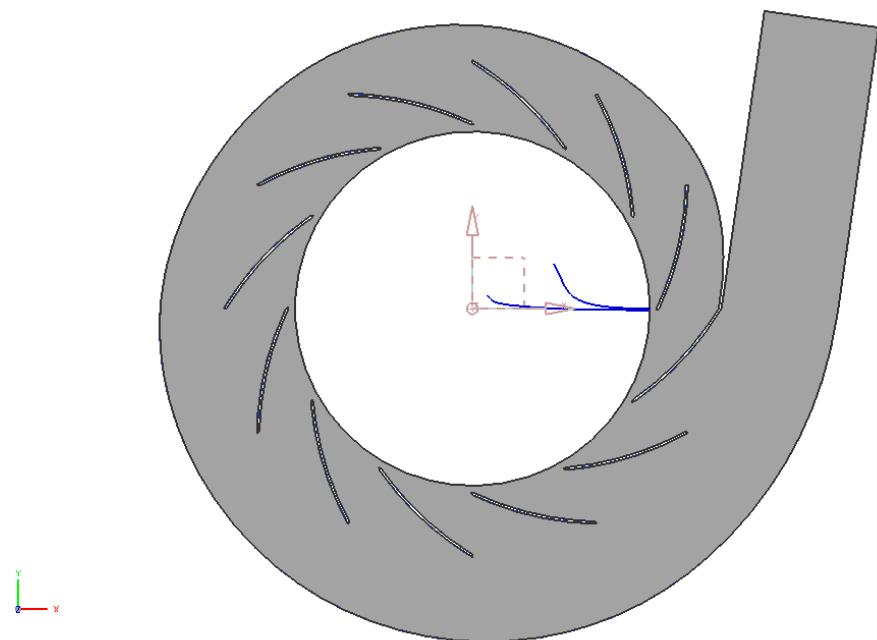


Figura 2.23: Rotor e Estator Projetados

### 3. MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A DINÂMICA DOS FLUIDOS

Os programas CFD obtêm soluções numéricas para as equações de transporte dentro do domínio especificado. Nesta seção, é feita a introdução de duas equações de transporte fundamentais resolvidas no modelo numérico: a equação da energia e a equação da quantidade de movimento.

#### 3.1. Equação da Energia

Conforme visto na seção 2.1, a expansão e a produção de trabalho são feitas nas turbinas, portanto, ao estudar a turbina, há a necessidade de aplicar a primeira lei da termodinâmica para os estágios da turbina.

A equação da energia deriva da 1<sup>a</sup> lei da termodinâmica que afirma que a taxa de variação da energia é igual à taxa de adição de calor somado ao trabalho aplicado sobre o fluido.

A taxa de aumento de energia é descrita pela eq. (3.1).

$$\rho \frac{De}{Dt} \quad (3.1)$$

Onde  $e$  é a energia do fluido por unidade de volume.

A taxa de trabalho aplicado sobre o fluido é obtida a partir da multiplicação das forças aplicadas sobre um elemento infinitesimal e as velocidades nas faces. A eq. (3.2) representa a taxa de trabalho realizado sobre o fluido:

$$-div(p\mathbf{u}) + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \quad (3.2)$$

A dedução da eq. (3.2) pode ser analisada com maior profundidade em [1].

A última parte é relativa ao fluxo de calor, representada na eq. (3.3):

$$-div \mathbf{q} = div(k grad(T)) \quad (3.3)$$

Na eq. (3.3),  $\mathbf{q}$  é o vetor fluxo de calor transmitido por condução,  $k$  é a condutibilidade térmica do fluido e  $T$  a temperatura.

Essa relação de fluxo de calor é conhecida como a lei de Fourier, a qual relaciona o fluxo de calor por condução e a temperatura. A dedução desse termo é apresentada em [1].

Com a definição dos termos, pode ser montada a eq. (3.4), denominada equação de energia, onde  $S_E$  é um termo fonte de energia.

$$\rho \frac{De}{Dt} = -\operatorname{div}(p\mathbf{u}) + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad}(T)) + S_E \quad (3.4)$$

A equação da energia pode ser caracterizada como a aplicação da primeira lei da termodinâmica para um elemento infinitesimal, ou, de outro ponto de vista, é a primeira lei da termodinâmica escrita de uma forma apropriada para dinâmica dos fluidos computacional.

Algumas simplificações podem ser aplicadas, conforme vistas em [1]. Um bom exemplo é a aplicação da hipótese de gás perfeito.

### 3.2. Equação da Quantidade de Movimento e Equação de Navier-Stokes

Assim como a equação da energia, a equação da quantidade de movimento é derivada da 2ª Lei de Newton para um elemento fluido infinitesimal. As forças aplicadas são as pressões nas faces do elemento e as tensões viscosas.

Ao aplicar a 2ª lei de Newton para um elemento infinitesimal, definem-se as equações (3.5), (3.6) e (3.7), onde  $\tau$  são as forças viscosas,  $p$  é a pressão e  $S_M$  são os termos fonte da equação da quantidade de movimento.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p+\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (3.5)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p+\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial z} + S_{My} \quad (3.6)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p+\tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (3.7)$$

Não há uma equação que represente com exatidão as forças viscosas, o que implica na necessidade de modelos para essas forças. A modelagem mais comum desse termo deu origem a equação de Navier-Stokes.

A formulação usa o modelo de Fluido Newtoniano, no qual a força viscosa é proporcional a taxa de deformação do fluido. Por se tratar da equação da quantidade de movimento, observam-se três componentes dispostas a seguir (eq. (3.8), (3.9) e (3.10)).

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad}(u)) + S_{Mx} \quad (3.8)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad}(v)) + S_{My} \quad (3.9)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad}(w)) + S_{Mz} \quad (3.10)$$

A referência [5] classificou as eq. (3.8), (3.9) e (3.10) como equações diferenciais parciais de segunda ordem não lineares. A equação de Navier-Stokes não tem solução algébrica. Soluções algébricas podem ser obtidas, se forem usadas algumas simplificações como escoamento invíscido. A ausência de uma solução algébrica torna a aplicação de métodos numéricos necessária para obtenção de resultados.

### 3.3. Escoamentos Turbulentos

O escoamento pode ser classificado, como viscoso ou não viscoso (invíscido). Além dessa classificação, há a classificação do escoamento laminar, de transição e turbulento. A identificação de qual dos regimes é observada pode ser obtida a partir do número adimensional de Reynolds, que relaciona as forças de inércia e as forças viscosas.

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.11)$$

Caso o número de Reynolds seja inferior a um valor crítico, o escoamento é laminar, caso seja superior a outro valor crítico, o escoamento é turbulento. Para valores de Reynolds entre esses dois valores críticos, diz-se que o escoamento é de transição.

No regime laminar, as forças de inércia são suficientes para amortecer as perturbações, assim caracterizando o escoamento como de forma ordenada.

Entretanto, em turbinas a gás, o escoamento é caracterizado principalmente pela turbulência e, portanto, faz-se necessária uma caracterização mais aprofundada do regime turbulento.

A característica fundamental dos escoamentos turbulentos é a flutuação aleatória das variáveis do escoamento (como pressão, velocidade, etc.). Essa variação é observada para todos os escoamentos, independente de estar em regime permanente ou transitório. A fig. (3.1) exemplifica o comportamento caótico e randômico das variáveis, evidenciando a aleatoriedade do fenômeno.

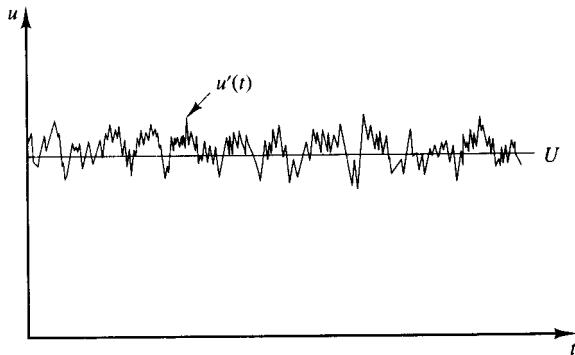


Figura 3.1: Gráfico da velocidade em função do tempo

As variáveis podem ser decompostas em duas parcelas uma parcela média e outra que flutua sobre esse valor médio. A sobreposição dessas duas parcelas resultaria nos valores reais das variáveis.

Um bom exemplo dessa decomposição é a da velocidade, representada na eq. (3.12).

$$u(t) = U(t) + u'(t) \quad (3.12)$$

A velocidade decomposta pode ser substituída na equação de Navier-Stokes e, em seguida, aplica-se a média de Reynolds aos dois lados da equação, assim é obtida a equação de Navier-Stokes média temporal (essa equação é conhecida como *RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Essa equação descreve as variáveis médias do escoamento turbulento e está disposta a seguir:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div}(U \vec{U}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \operatorname{div}(\operatorname{grad}(U)) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (3.13)$$

A eq. (3.13) é diferente daquela definida por Navier-Stokes inicialmente, pois aparecem novos termos denominados Tensões de Reynolds. Estes novos termos assim como as forças viscosas têm de ser modelados e essa necessidade levou a introdução de inúmeros modelos de turbulência.

No caso desse trabalho, será tratado o modelo k- $\epsilon$ , o qual será discutido posteriormente.

### 3.4. Hipótese de Boussinesq

A hipótese de Boussinesq é um modelo para as Tensões de Reynolds que foram apresentadas na seção 3.3. O modelo é semelhante ao de um fluido Newtoniano, na qual a tensão viscosa é proporcional a taxa de deformação do fluido. A definição matemática dessa hipótese é:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.14)$$

O modelo se baseia no fato de que as Tensões de Reynolds são proporcionais as taxas de deformação médias. A proporcionalidade é feita através da viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ).

Essa hipótese é aplicada no modelo k- $\varepsilon$ , que se baseará nas variáveis k e  $\varepsilon$  para definir a viscosidade turbulenta. É importante ressaltar que, diferentemente da viscosidade dinâmica ( $\mu$ ), a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido.

### 3.5. Modelo k- $\varepsilon$

O modelo k- $\varepsilon$  se baseia na solução de duas equações diferenciais. Uma modela a energia cinética turbulenta, representada pela letra k, e a outra modela a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta ( $\varepsilon$ ).

A equação modelada de k é dada pela eq. (3.15).

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho k \vec{U}) = \operatorname{div}\left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \operatorname{grad} k\right] + 2\mu E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (3.15)$$

A equação de  $\varepsilon$  é modelada pela eq. (3.16):

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \vec{U}) = \operatorname{div}\left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \operatorname{grad} \varepsilon\right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.16)$$

A viscosidade turbulenta é definida como:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.17)$$

A hipótese de Boussinesq somada ao modelo k- $\varepsilon$  resulta na eq. (3.18)

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.18)$$

Assim estão definidas todas as equações e parâmetros do modelo k- $\varepsilon$ , que objetiva um modelo para as tensões de Reynolds. Esse modelo tem suas limitações, conforme salienta [1], entretanto sua aplicação é extremamente útil em inúmeros problemas estudados na indústria.

### 3.6. Leis de Parede

Um dos princípios fundamentais da mecânica dos fluidos é o princípio da aderência completa, na qual a camada de fluido adjacente a uma parede tem a mesma velocidade da parede.

Próxima a parede, as forças viscosas têm maior magnitude, portanto há um amortecimento das flutuações na velocidade tangencial. Ao se afastar da parede, a intensidade da turbulência aumenta significativamente. Dessa forma, fica clara a influência da parede no escoamento.

De acordo com [1], [4] e [6], o escoamento próximo a parede é descrito por três regiões. A primeira é denominada sub-camada viscosa (ou linear), na qual há uma predominância da viscosidade molecular. A camada intermediária caracteriza-se pela igualdade dos efeitos entre viscosidade molecular e viscosidade turbulenta. Finalmente, há a camada em que a turbulência é predominante e esta é caracterizada por estar mais afastada da parede.

O modelo k- $\varepsilon$  usa a lei logarítmica de parede ao invés de resolver as equações de transporte para os elementos próximos a parede. As leis de parede são equações semi-empíricas, cuja principal função é modelar a transição entre a parte sub-camada viscosa e a parte de turbulência predominante.

Antes de introduzir a lei logarítmica, é necessária a definição de alguns adimensionais:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (3.19)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (3.20)$$

Nas eq. (3.19) e (3.20), é utilizada a velocidade  $u_\tau$ , que é definida pela eq. (3.21).

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (3.21)$$

A lei logarítmica é válida para  $30 < y^+ < 500$  e modela matematicamente a camada intermediária, na qual os efeitos da viscosidade molecular são equiparados pelos efeitos turbulentos. A lei logarítmica, de acordo com [1] é:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(Ey^+) \quad (3.22)$$

Essa equação é descrita por [6] com algumas diferenças, entretanto a lei utilizada e descrita é a mesma.

O tema introduzido nessa seção é importante, uma vez que expõe uma das precauções que se deve ter ao discretizar a malha próxima a parede.

Uma malha muito grosseira pode fazer com que o primeiro elemento não esteja dentro do intervalo, portanto a lei logarítmica não seria aplicada e os efeitos da parede não seriam considerados, invalidando o modelo.

Logo, ao gerar a malha, tem de ser tomada a precaução de que o primeiro elemento caia dentro da lei logarítmica.

## 4. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TURBINA AXIAL

Com o desenvolvimento tecnológico dos computadores, a ferramenta numérica se tornou muito útil para resolver problemas complexos como o escoamento em turbinas.

Nesse estudo, serão feitas duas abordagens para a simulação numérica da turbina axial. A primeira abordagem será a simulação bidimensional do estágio da turbina na seção do raio médio. A segunda será a simulação tridimensional, considerando os efeitos tridimensionais negligenciados na simulação bidimensional.

O estudo bidimensional se aproxima do estudo realizado no triângulo de velocidades, pois ambos não consideram efeitos tridimensionais do escoamento.

O estudo tridimensional representa melhor o escoamento em volta da geometria do rotor e do estator, levando em conta os efeitos em relação ao eixo radial, além dos axiais e tangenciais que já foram representados na bidimensional.

### 4.1. Simulação Bidimensional

Primeiramente será feito um estudo bidimensional do escoamento das pás sobre o raio médio, se aproximando dos cálculos feitos através do método semi-empírico, o triângulo de velocidades.

O escoamento obtido numericamente por esse modelo não é fiel ao observado nas condições de operação reais. Uma aproximação mais próxima do observado em testes é obtida com uma simulação tridimensional.

A simulação bidimensional tem a vantagem ser extremamente rápida, tendo baixo custo computacional, o que reforça sua aplicação como aproximação inicial do escoamento em torno das palhetas.

Concluindo, o objetivo da simulação bidimensional é a comparação entre os resultados obtidos pelo triângulo de velocidades (método analítico) e a simulação bidimensional no raio médio, uma vez que o triângulo de velocidades é avaliado no raio médio.

#### 4.1.1. Representação do Domínio de estudo e Discretização

O domínio de estudo pode ser separado em duas partes: a primeira é estática e representa o domínio do estator, já a outra é móvel, representando o domínio do rotor. Para ainda maior simplificação, é simulada apenas uma pá do estator e outra do rotor, devido ao fato de que há uma periodicidade (o escoamento é igual em todas as pás do rotor).

Na fig. (4.1), há a representação gráfica do domínio estudado sem ser discretizado.

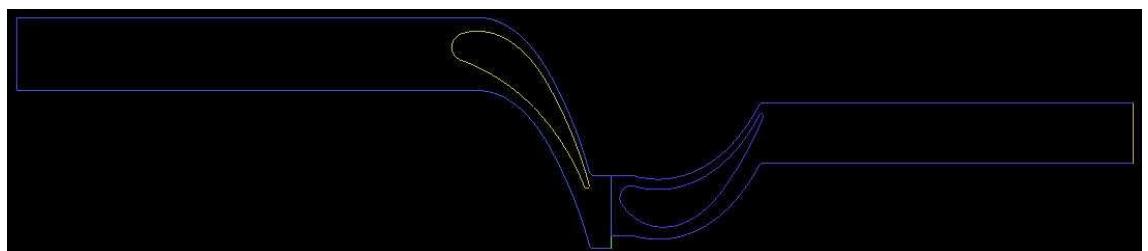


Figura 4.1: Domínio do Estudo Numérico

Esse domínio é discretizado em vários elementos, assim possibilitando a solução numérica das equações de transporte para cada elemento. De acordo com [1], a discretização influencia a qualidade dos resultados, pois uma maior discretização implica em maior fidelidade ao que ocorre de fato na realidade, entretanto uma discretização com muitos elementos implica em um tempo computacional muito elevado. Logo, é necessária uma solução de compromisso.

A discretização foi feita no programa ANSYS ICEM CFD 11.0 SP1, gerando a malha, denominação usada para a discretização do domínio do estudo.

A fig. (4.2) apresenta o domínio discretizado.

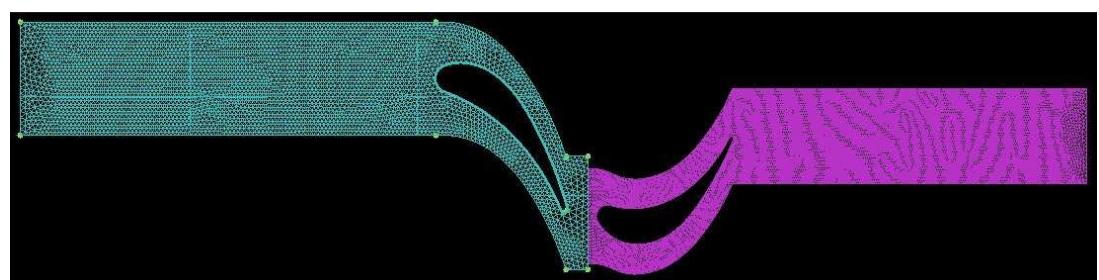


Figura 4.2: Domínio Discretizado

#### 4.1.2. Condições de Contorno

As condições de contorno são importantes para a solução das equações diferenciais. A introdução de condições de contorno inapropriadas ou incorretas implica em soluções que não correspondem à realidade, o que acarreta em conclusões incorretas e características de escoamento irreais.

Foram utilizadas algumas condições de contorno já citadas anteriormente na descrição do problema e para os cálculos iterativos do triângulo de velocidades.

O rotor opera em torno de 10.000 rpm, o que implica em uma velocidade tangencial no raio médio de 70,162 m/s. Essa velocidade é utilizada para indicar o movimento da malha do rotor durante a simulação. Isso implica em um período em que há interface entre a malha do estator e do rotor, no caso o período é  $1,619 * 10^{-4}$  segundo.

Ao introduzir essa velocidade tangencial, percebe-se que há um deslizamento entre a malha do estator e a do rotor. Com a finalidade de definir a interface entre os dois domínios, é definida a ‘*sliding mesh*’ (em português, malha deslizante), entre as faces de saída do estator e entrada do rotor.

A malha deslizante é a interface entre os domínios do estator e do rotor, ou seja, é a face em que o fluido que passou pelo domínio do estator entra no do rotor. A simulação através da interface deslizante implica em análises de regime transitente, uma vez que para cada posição da malha o escoamento é diferente.

A simulação é transitente, porém para obter valores iniciais mais próximos dos finais é simulado o escoamento em regime permanente, uma vez que a convergência é obtida mais facilmente.

Ao definir a malha deslizante no software Fluent 6.3.26, define-se uma periodicidade para garantir que a interface entre estator e rotor ocorra em toda a face de entrada do rotor e em toda a face de saída do estator durante todos os instantes de tempo corretamente. Maiores informações podem ser encontradas na referência [6].

A condição de contorno nas laterais tanto do estator quanto do rotor é a periodicidade, pois o fluxo de massa em uma das laterais tem de ser admitido na lateral oposta, para observar a iteração do fluxo entre uma palheta e a palheta adjacente.

As palhetas tanto do rotor quanto do estator são consideradas paredes adiabáticas, portanto a troca de calor entre ar e turbina é considerada nula.

As últimas condições a serem definidas são as de entrada e saída de fluido. No modelo, foi imposta a vazão de entrada do fluido no domínio  $28,50 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$ , e a temperatura de entrada de  $873,25\text{K}$  (ou  $600^\circ\text{C}$ ). O gás (considerado gás perfeito) tem de ser expandido até a pressão atmosférica, portanto é definida a pressão de saída de  $101325 \text{ Pa}$  e a temperatura de  $300 \text{ K}$  (ou  $26,75^\circ\text{C}$ ), caso haja refluxo na seção de saída da malha.

A simulação foi feita para 400 intervalos de tempo, portanto o passo temporal é  $1,90986 * 10^{-6}$  segundos e, a cada passo de tempo, itera-se no máximo 40 vezes para ser obtida a solução.

As condições de contorno foram implementadas no software Fluent 6.3.26.

#### **4.1.3. Resultados**

Os resultados da simulação são representados graficamente através dos contornos de pressão, temperatura e velocidade. Antes de simular o domínio com malha móvel, usa-se a malha estacionária e é feita uma simulação em regime permanente. Os resultados dessa simulação são as condições iniciais para a simulação com malha móvel.

Ao simular primeiro a malha estacionária, há uma inicialização do campo e parte-se de resultados mais próximas dos finais. Assim a convergência é mais rápida e os resultados mais confiáveis.

As fig. (4.3), (4.4) e (4.5) são os contornos de pressão para três instantes de tempos diferentes.

A expansão ocorre em duas etapas, a primeira é a expansão no estator e a segunda é a expansão no rotor. O campo de pressão mostra que metade da expansão ocorre no estator e metade no rotor, evidenciando um estágio com 50% de reação.

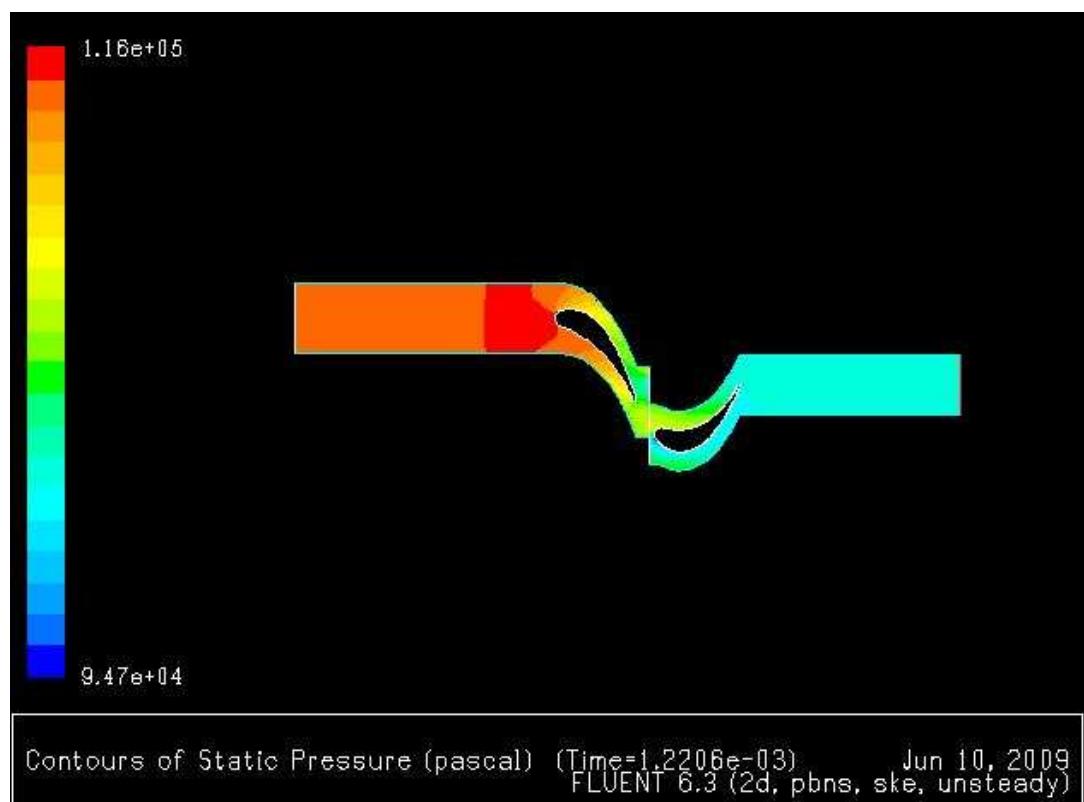


Figura 4.3: Contornos de Pressão para  $t=1,2206 \cdot 10^{-3}$  segundos

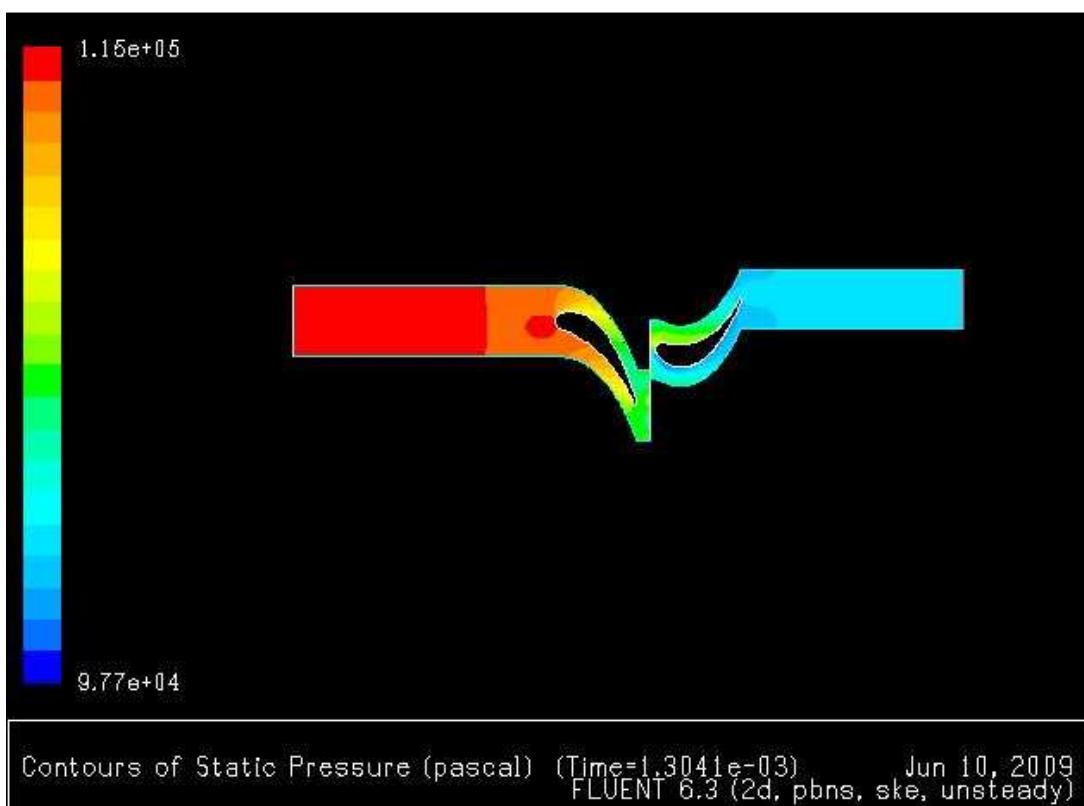


Figura 4.4: Contornos de Pressão para  $t=1,3041 \cdot 10^{-3}$  segundos

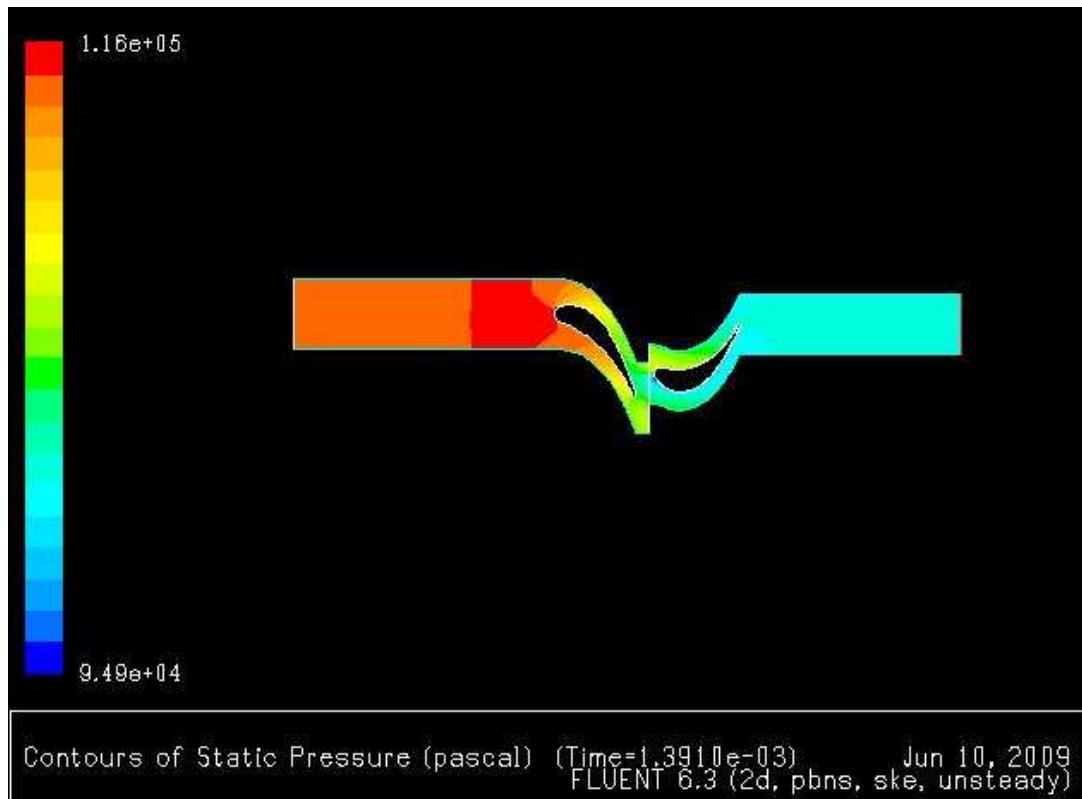


Figura 4.5: Contornos de Pressão para  $t=1.391 \cdot 10^{-3}$  segundos

As fig. (4.6), (4.7) e (4.8) caracterizam o campo de temperaturas. A média do campo está em torno de 850K, entretanto observa-se que o ponto crítico é a parte inferior da pá do estator, onde observam-se temperaturas próximas de 873K devido ao processo de estagnação do fluxo de entrada.

As temperaturas nas pás da turbina são pontos críticos, pois há limitação do material do estágio da turbina, o qual pode perder suas propriedades físicas estruturais ao operar sobre altas temperaturas, ou seja, as altas temperaturas podem levar a perda das características estruturais introduzidas pelo tratamento térmico realizado no material.

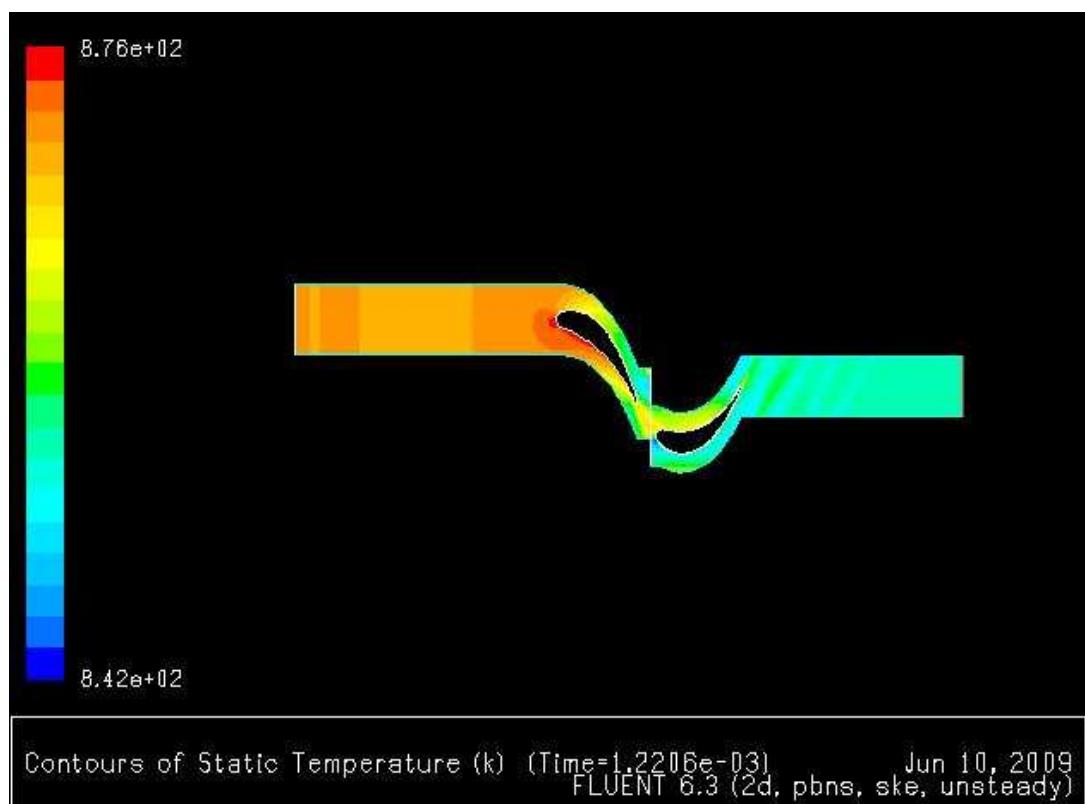


Figura 4.6: Campo de temperatura para  $t=1,2206 \cdot 10^{-3}$

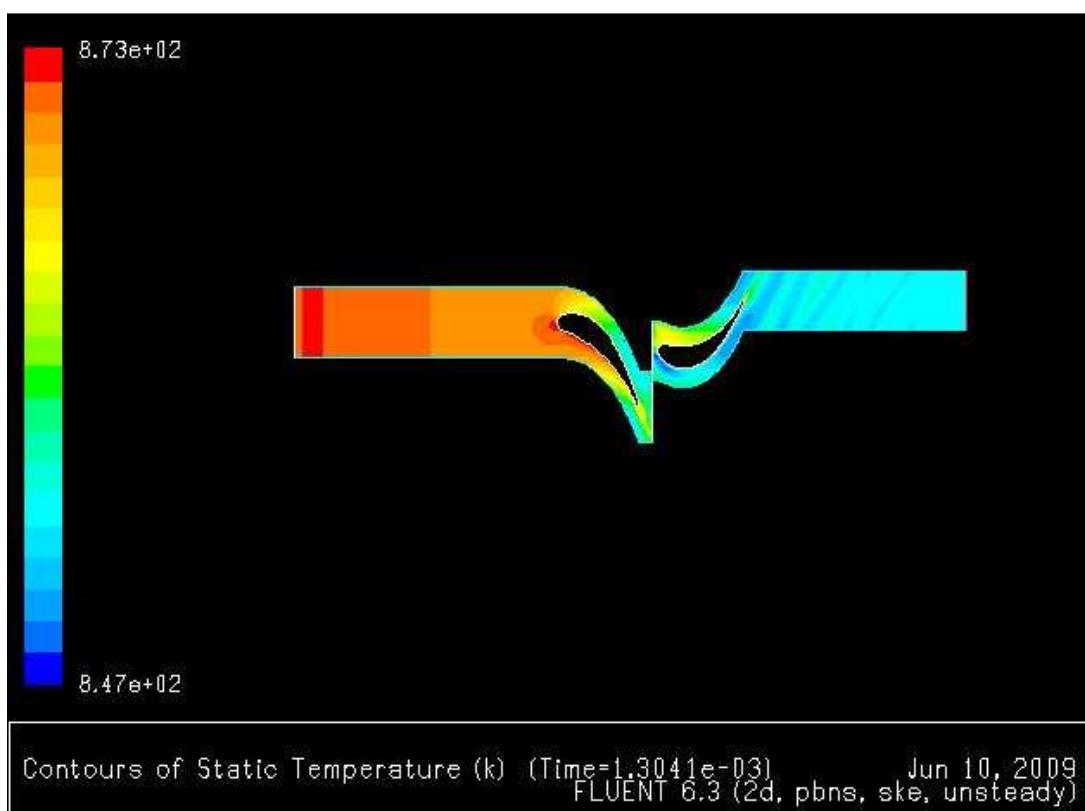


Figura 4.7: Campo de temperatura para  $t=1,3041 \cdot 10^{-3}$

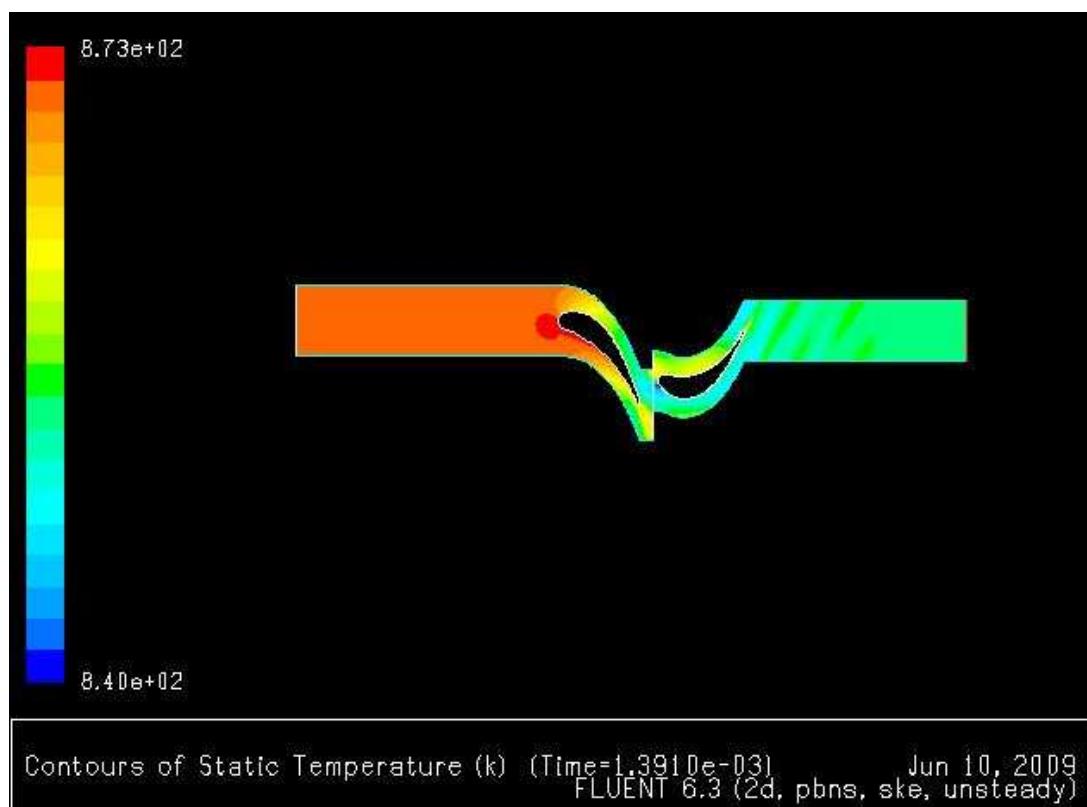


Figura 4.8 Campo de temperatura para  $t=1,3910 \cdot 10^{-3}$

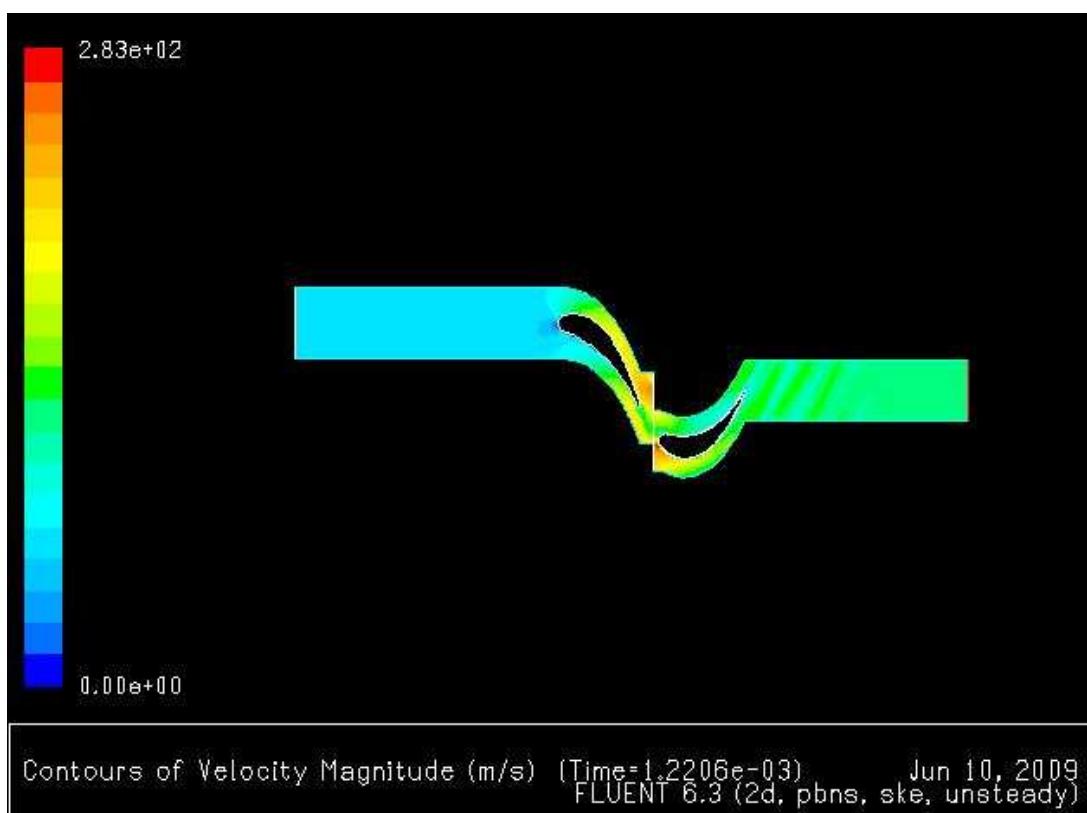


Figura 4.9: Campo de Velocidades para  $t=1,2206 \cdot 10^{-3}$

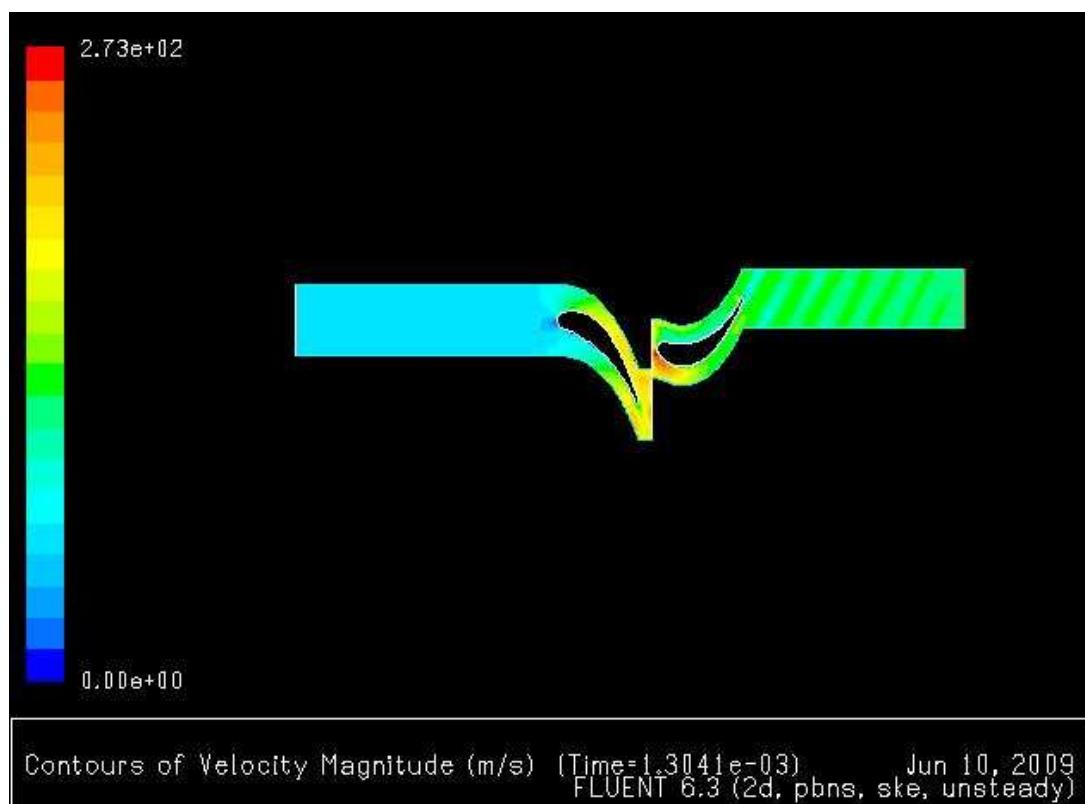


Figura 4.10: Campo de Velocidades para  $t=1,3041 \cdot 10^{-3}$

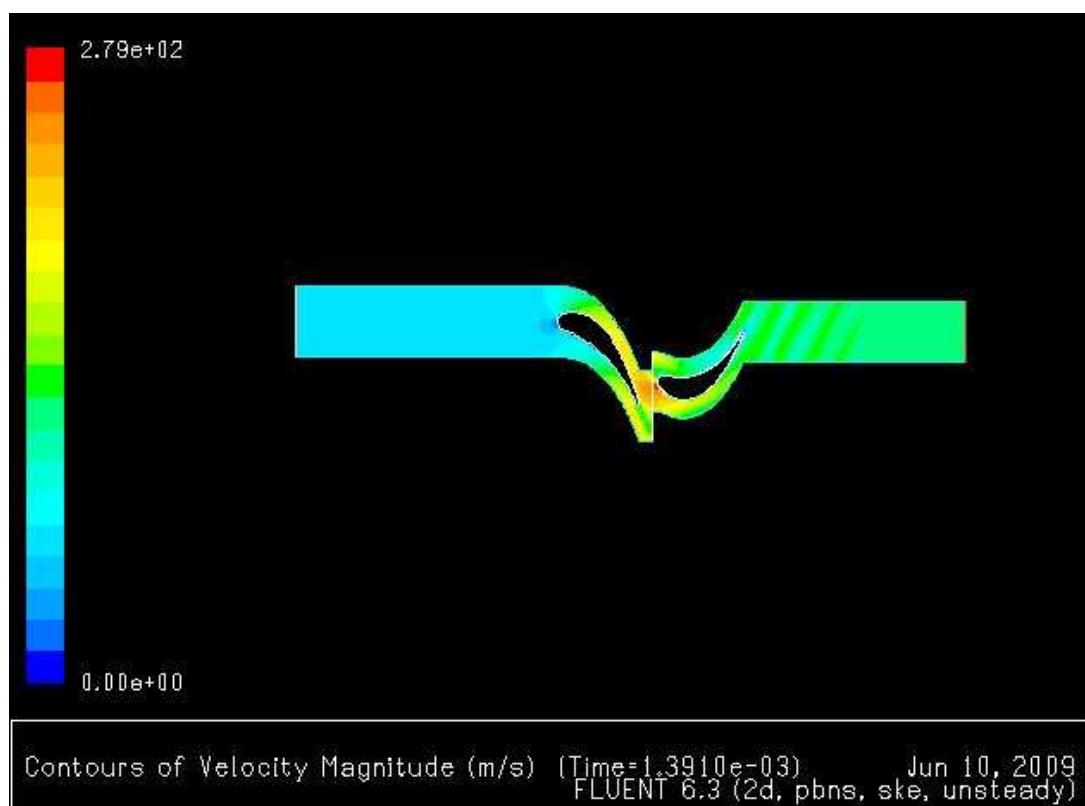


Figura 4.11: Campo de Velocidades para  $t=1,3910 \cdot 10^{-3}$

O campo de velocidades (fig. (4.9), (4.10) e (4.11)) corrobora os resultados obtidos pelo triângulo de velocidades, pois as magnitudes das velocidades estão próximas dos valores obtidos pelo triângulo de velocidades.

A fig. (4.12) mostra o vetor de velocidades na saída do rotor. A análise dos vetores permite inferir que há uma recirculação na saída do rotor, o que implica em perdas no escoamento.

Essa recirculação afeta inclusive o contorno de temperaturas que apresenta uma periodicidade diagonal nos resultados devido à influência das demais pás e da recirculação.

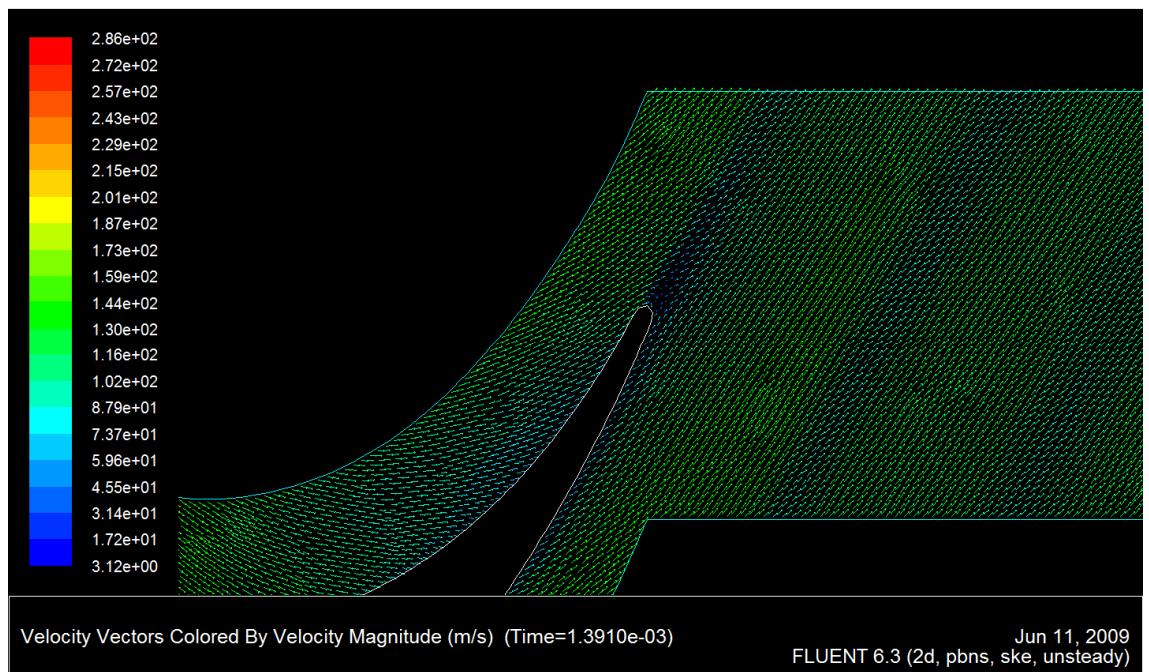


Figura 4.12: Detalhe dos contornos de vetor de velocidades

## 4.2. Simulação Tridimensional

O próximo passo do estudo é a simulação tridimensional, a qual caracteriza com maior precisão os fenômenos observados durante a operação da turbina.

O estudo bidimensional é muito bom para avaliar planos afastados do *hub* e do *shroud*, ou seja, em planos que estão distantes das bordas, permitindo que os efeitos da borda no escoamento sejam negligenciados. A simulação tridimensional permite que esses efeitos de borda sejam levados em consideração e, portanto, o

modelo numérico está mais próximo de caracterizar o fenômeno observado na realidade.

O ponto negativo deste tipo de simulação é longo tempo para o processamento das equações que regem fisicamente o problema, assim o custo computacional é elevado, em comparação com a simulação bidimensional.

Em suma, o principal objetivo dessa simulação é caracterizar fenômenos que não podem ser observados em simulações bidimensionais, como o turbilhão (*swirl*) na saída do rotor, bem como uma melhor predição da potência gerada no rotor.

#### **4.2.1. Representação do Domínio a ser estudado e Discretização**

Bem como definido para a simulação bidimensional, o domínio de estudo é separado em duas partes o estator (domínio estático/fixo) e o rotor (domínio móvel).

Para diminuir o tempo necessário para atingir a convergência numérica da simulação, é comum simular apenas uma das pás de cada um dos domínios, logo, dentro dos domínios, estão representadas apenas uma pá do estator e uma do rotor.

A discretização do domínio foi realizada com o uso do software ANSYS ICEM CFD 11.0 SP1, gerando a malha, assim como foi feito para a simulação bidimensional.

Obviamente, as regras de discretização apresentadas na seção 4.1.1 ainda são válidas e uma solução de compromisso entre maior discretização e tempo de solução tem de ser obtida.

Na fig. (4.13), há a representação gráfica do domínio estudado já discretizado.

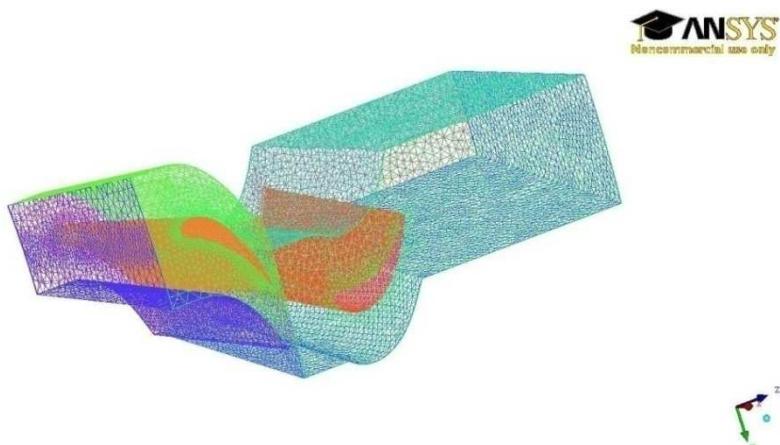


Figura 4.13: Domínio da Simulação Tridimensional Discretizado

#### 4.2.2. Condições de Contorno

A influência das condições de contorno na precisão dos resultados já foi discutida na seção 4.1.2. Portanto, esse tópico não será retomado nessa seção.

Algumas condições de contorno foram alteradas devido à aquisição de dados durante testes da turbina. Além dessas alterações, foram introduzidas novas condições de contorno, uma vez que há introdução das paredes na parte superior e inferior do domínio, correspondentes a ponta da pá e a base do rotor.

Uma simplificação adotada na simulação bidimensional era de que o movimento relativo entre o estator e o rotor era translacional, portanto foi definida a velocidade de translação. Entretanto aqui o movimento relativo considerado é o movimento rotacional do rotor, que é 5412 rpm, sendo essa uma das condições de contorno. Nota-se uma diferença em relação velocidade considerada para a simulação bidimensional, isso se deve a introdução de dados experimentais mais recentes da turbina axial já instalada.

Outra condição de contorno é a periodicidade nas laterais, pois o fluxo de massa em uma das laterais tem de ser admitido na lateral oposta, assim simulando o efeito que o escoamento em uma pá pode produzir na pá adjacente. A malha dessas laterais está representada nas fig. (4.14) e (4.15).

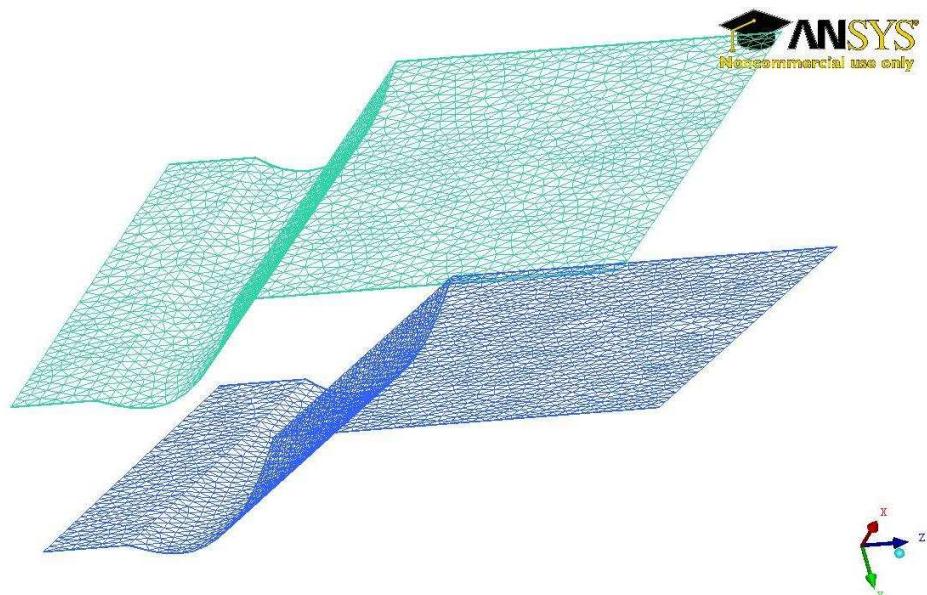


Figura 4.14: Laterais com condição de contorno de periodicidade (rotor)

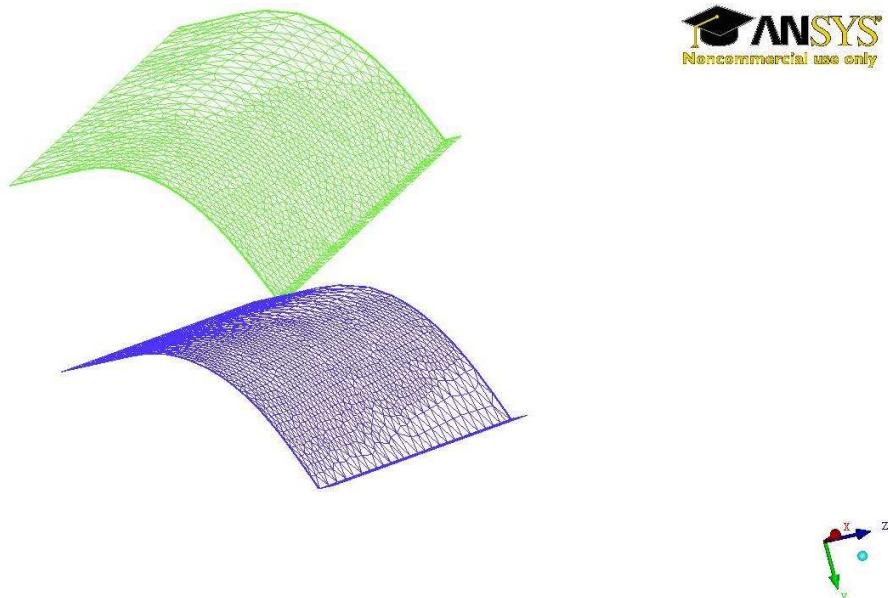


Figura 4.15: Laterais com condição de contorno de periodicidade (estator)

As condições de contorno das palhetas são paredes sem escorregamento e adiabáticas, logo não há fluxo de calor nas palhetas e é imposto que o princípio da aderência completa do fluido é observado. Essa mesma condição de contorno é observada tanto para o *hub* quanto para o *shroud*.

As condições de contorno de fluxo a serem definidas são as condições de contorno da entrada do estator e saída do rotor. A condição de contorno da saída do rotor é simples, pois o fluido é expandido até a pressão atmosférica, logo essa é uma condição de pressão prescrita a 101325 Pa. Caso seja observado refluxo, o gás retorna a 300K (temperatura ambiente adotada 26,75 °C).

A partir das medições na própria turbina, obteve-se que o gás entra no estator a 600 °C (873,25 K) e vazão, para admissão parcial, de 0,15 kg/s. Assim obteve-se que, por pá, obteve-se uma vazão de  $9,677419 \cdot 10^{-3}$  kg/s.

Uma simplificação adotada é de que o gás é considerado gás perfeito, sendo uma boa aproximação, uma vez que turbinas a gás trabalham com grande excesso de ar, e o ar comporta-se próximo do previsto pela hipótese de gás perfeito.

Uma condição de contorno muito importante em máquinas rotativas é a interface entre os domínios do rotor e do estator. Para a simulação bidimensional foi adotado o *sliding mesh*, que comumente usado para simulações transientes.

Entretanto a simulação não é transiente devido ao fato de que há uma diferença entre o *pitch* do estator e o do rotor, o que impede a realização de simulações transientes que consistam apenas uma pá do estator e do rotor. A simulação da geometria completa necessitaria um número elevado de elementos e alto custo computacional, inviabilizando essa simulação.

Levando em conta a viabilidade, optou-se por definir que a interface seria feita a partir de uma metodologia especial do programa CFX para máquinas rotativas, denominada '*Frozen Rotor*'. Essa metodologia se baseia em uma solução em regime permanente, implicando em um custo computacional muito menor, entretanto a caracterização do escoamento não corresponde a real, uma vez que a influência de fenômenos transitórios é negligenciada.

O '*Frozen Rotor*' tem suas limitações, entretanto representa bem a média do escoamento. Logo, para análises qualitativas, os resultados são satisfatórios.

As condições de contorno foram implementadas no software ANSYS CFX 12.0 SP1, o qual resolve as equações de transporte, caracterizando o escoamento na turbina.

A fig. (4.16) mostra as condições de contorno já introduzidas no programa CFX. Observam-se a condição de periodicidade nas laterais do rotor e estator, representadas pelas setas circulares de cor roxa, as condições de entrada e saída de fluxo em suas respectivas regiões, representadas pelas setas pretas e a interface entre as malhas do rotor e do estator, que está representada por pequenas setas verdes próximas da interface.

Assim o modelo está pronto para ser resolvido através do solver CFX, dentro do qual está implementado o código, que descreve as equações descritas na seção 3, desta monografia.

As referências [1] e [8] se aprofundam na discretização das equações apresentadas na seção 3 e na implementação das equações para dinâmica dos fluidos computacional (CFD).

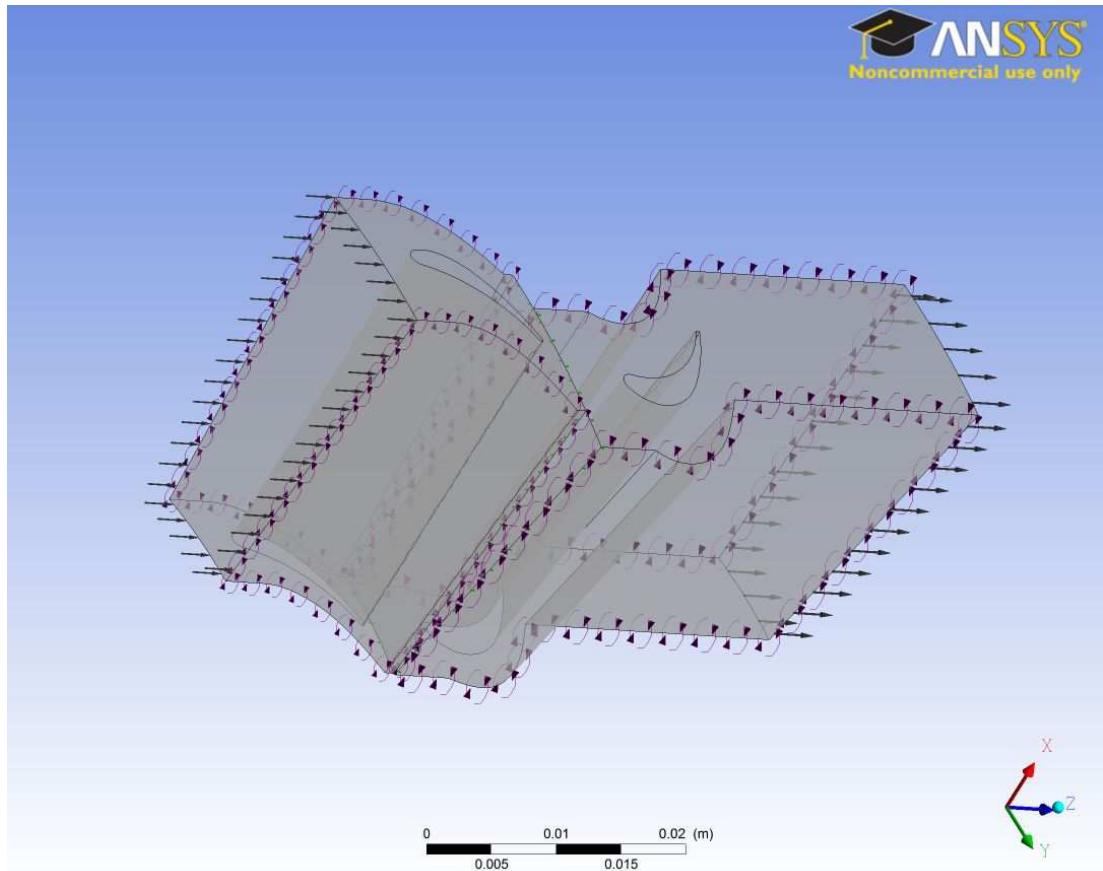


Figura 4.16: Condições de Contorno implementadas para a solução numérica

#### 4.2.3. Resultados

Nesta seção, serão discutidos e apresentados os resultados da simulação 3D correspondente ao rotor axial, atualmente instalado no LETE (Laboratório de Engenharia Térmica e Ambiental).

Um dos objetivos era fazer uma comparação entre a simulação bidimensional e a tridimensional, entretanto o modelo tridimensional tem condições de contorno diferentes daquelas impostas na bidimensional, pois foram obtidos dados experimentais. Entretanto ainda podem ser feitas análises qualitativas dos fenômenos descritos em ambas as simulações e a aplicabilidade de cada simulação.

A tab. (4.1) mostra os resultados da simulação numérica, baseada nas condições de contorno apresentadas na seção 4.2.2.

Tabela 4.1: Resultados de Potência e Temperatura da Simulação Tridimensional

Resultados Simulação Numérica	
$T_{01}$ (K)	873,248
$T_{02}$ (K)	872,874
$T_{03}$ (K)	866,059
Grau de Reação	0,9480
Torque (N m)	0,118249
Potência (W)	1005,252453

Observa-se um alto grau de reação, 94,8%, um valor muito distante dos encontrados na literatura (desenvolvida normalmente para grau de reação de 50%) e o de projeto, 50%.

Esse resultado pode ser justificado pelo fato da turbina estar operando em condições muito diferentes das quais ela vai projetada, principalmente em relação à rotação (rotação de projeto é 15000 rpm e de trabalho é 5412 rpm). Este é um dos fatores que contribui para a baixa potência observada, uma vez que foi projetada para gerar 4 kW, aproximadamente.

Outro fato importante é o alto ângulo de saída do gás. A ref. [2] aconselha ângulos da velocidade absoluta em relação ao eixo axial ( $\alpha_2$ ) por volta de  $0^\circ$ , entretanto a turbina foi projetada para  $60^\circ$ , o que pode ser apontado como uma das possíveis causas do desempenho observado na turbina, muito abaixo do esperado

Outro fato que explica a baixa potência obtida é a vazão de trabalho ser muito menor do que a esperada. De acordo com [4], a vazão de projeto era 0,25 kg/s em admissão parcial (em admissão total 0,5 kg/s). Entretanto a vazão obtida no experimento é 0,15 kg/s em admissão parcial (0,3 kg/s em admissão total). Assim observa-se uma diferença de 40%, contribuindo para a baixa potência da turbina.

As fig. (4.17) e (4.18) mostram as pressões sobre as pás. Tanto na pá do estator quanto do rotor, observa-se duas áreas com características distintas, a primeira é caracterizada por altas pressões devido à incidência do gás (denominada superfície de pressão), e outra caracterizada pela baixa pressão, sendo conhecida por superfície de sucção.

A pressão na entrada não foi especificada, uma vez que a vazão foi especificada, entretanto observou-se que a pressão na entrada é de 107,4 kPa, a qual corresponde a uma variação de pressão de 6,3 kPa, muito próximo dos dados obtidos pela medição (em torno de 6 kPa).

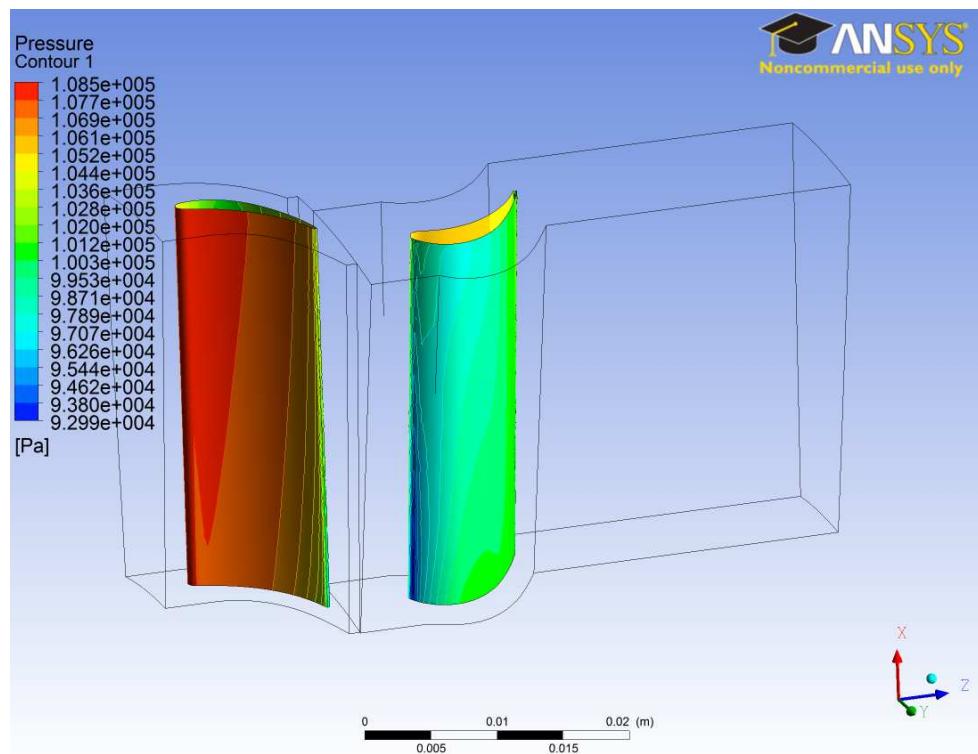


Figura 4.17: Campo de Pressões sobre as pás

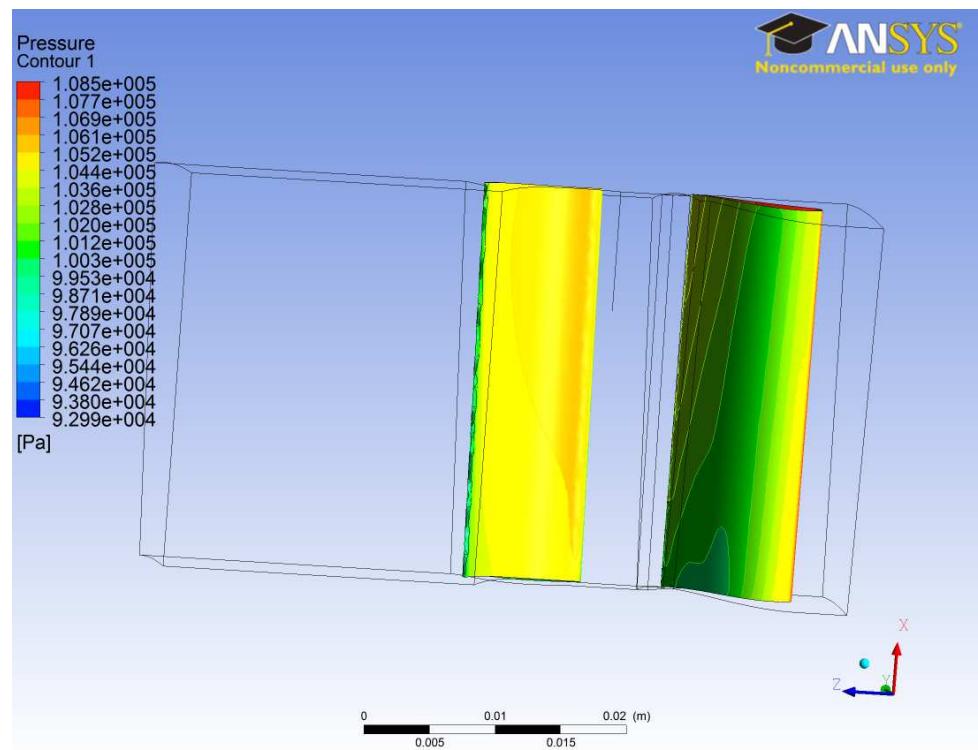


Figura 4.18: Campo de Pressões sobre as pás

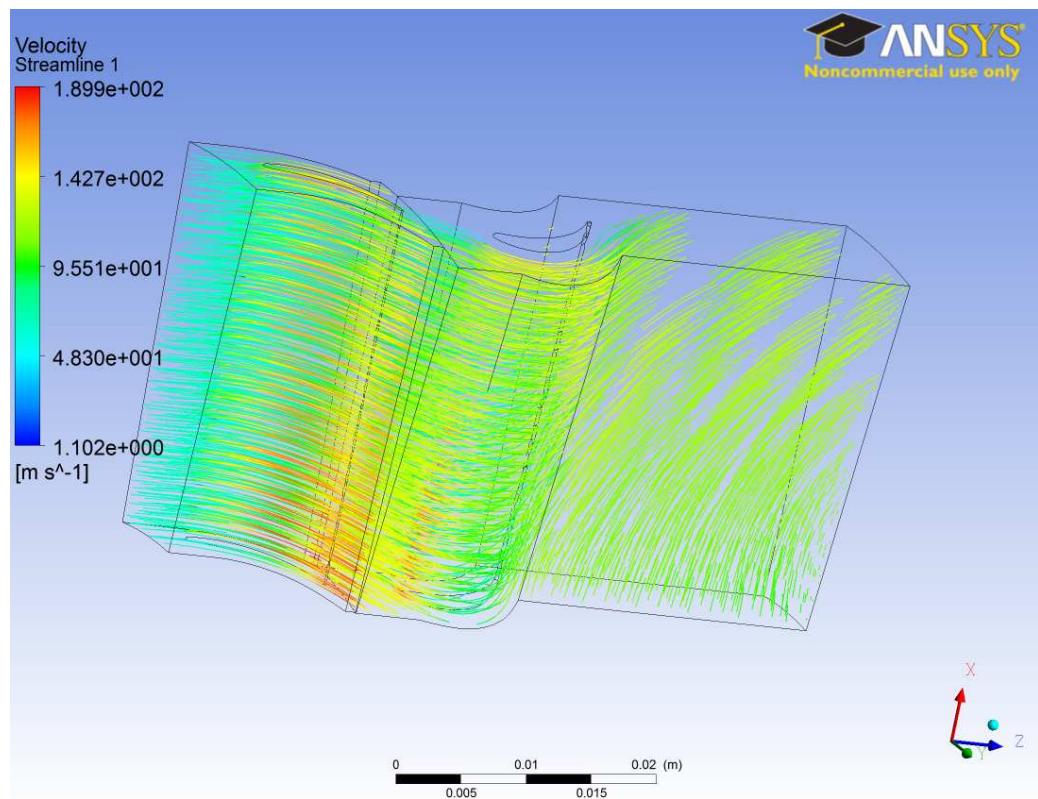


Figura 4.19: Linhas de Corrente do Escoamento

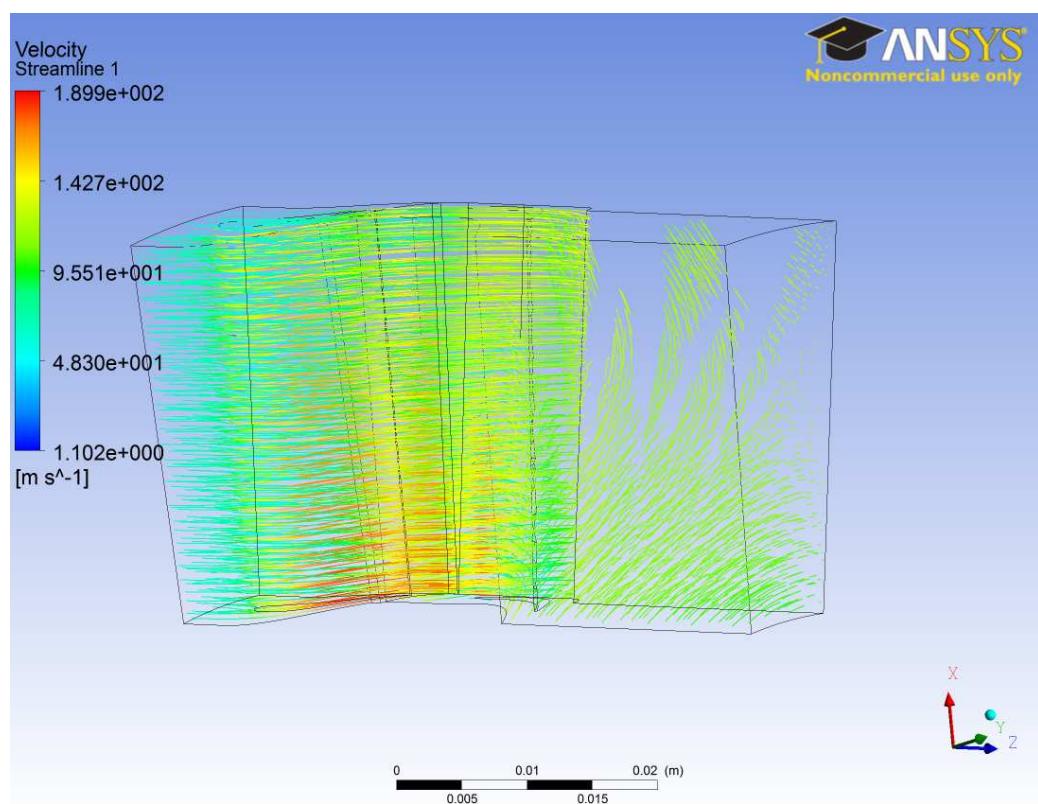


Figura 4.20: Linhas de Corrente do Escoamento

As linhas de corrente (fig.(4.19) e (4.20)) mostram um importante fator não considerado na simulação bidimensional: a variação do ângulo  $\alpha_3$  do topo da palheta até a base da palheta. Observa-se que o ângulo varia desde sua maior amplitude, no *shroud*, até sua menor amplitude, no *hub*.

Um ponto que deve ser ressaltado é o alto ângulo de saída do gás. De acordo com [2], esse ânulo não deve passar de  $10^\circ$ , ficando em torno de  $0^\circ$  no ponto ótimo. Entretanto observa-se que o ângulo observado na seção de saída é bem maior do que esse o que pode explicar a baixa potência gerada, ao comparar com o projeto [4]. O ângulo de  $60^\circ$  foi obtido para uma rotação de 15000 rpm e, atualmente a turbina opera a 5412 rpm, fazendo com que o ângulo  $\alpha_3$  seja ainda maior, pois a geometria do rotor impõe o ângulo relativo  $\beta_3$  para a velocidade relativa. Pelo triângulo de velocidades, ao somar uma velocidade tangencial  $U$  menor do que a de projeto, obtém-se um ângulo  $\alpha_3$  ainda maior, o que pode ser a causa da baixa potência gerada na turbina.

Novamente avaliando as fig. (4.19) e (4.20), infere-se que não há recirculação no escoamento, o que poderia ser uma causa da perda de energia do fluido e perda de trabalho gerado no próprio rotor. Todavia, vale salientar que os efeitos transitórios foram negligenciados

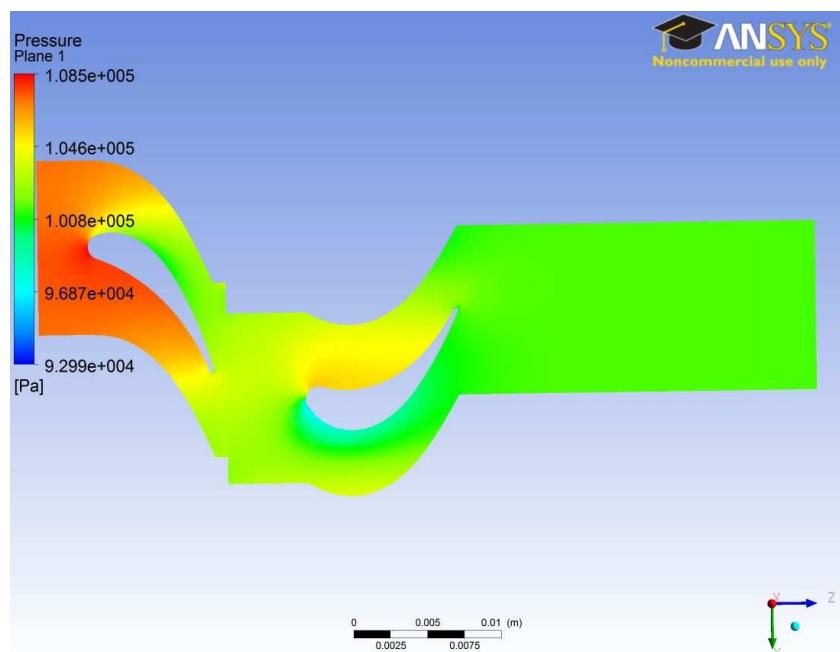


Figura 4.21: Contornos da Pressão no Plano do Raio Médio ( $R_m=0,067$  m)

Ao comparar os resultados dos contornos de pressão (fig. (4.3), (4.4), (4.5) e (4.21)), percebe-se que ambas mostram que, na superfície de sucção, temos pontos em que a pressão está menor do que a atmosférica. Entretanto percebe-se que há uma grande diferença entre a pressão na seção de entrada da simulação bidimensional e tridimensional, essa diferença é atribuída as diferentes condições de contorno utilizadas na simulação bidimensional e tridimensional.

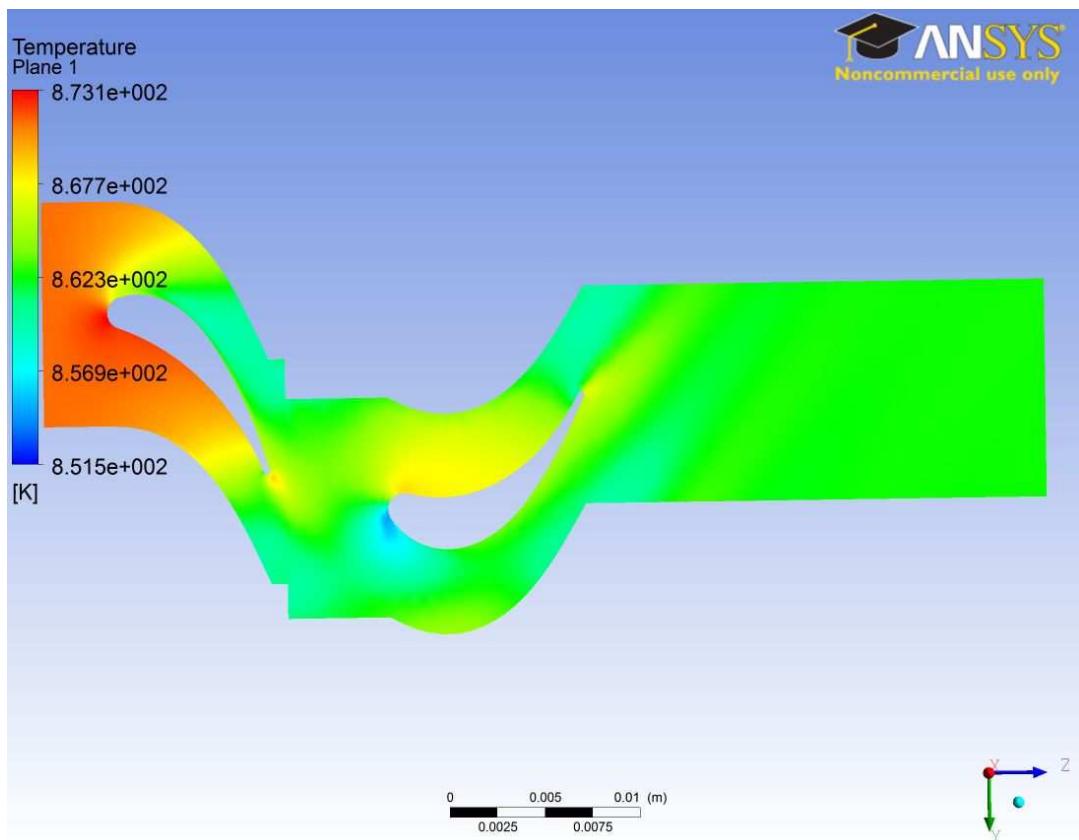


Figura 4.22: Contornos da Temperatura no Plano do Raio Médio ( $R_m=0,067\text{ m}$ )

As fig. (4.22) e (4.23) mostram, respectivamente, os contornos de temperatura e velocidade no plano do raio médio.

A comparação entre os resultados da simulação bidimensional e tridimensional mostram que o campo de velocidades é semelhante, porém observa-se que as escalas são diferentes, uma vez que as magnitudes das velocidades são diferentes (a vazão simulada no caso bidimensional é menor). Essa diferença de escala também é verificada para os contornos de temperatura, pois o trabalho útil realizado é menor, o que implica em uma menor temperatura mínima na escala (para

o caso tridimensional 850K, enquanto para o bidimensional 835K). No caso tridimensional, a queda de temperatura no rotor é maior do que a queda de temperatura no estator, isso é consequência direta do alto grau de reação, conforme observado na tab.(4.1).

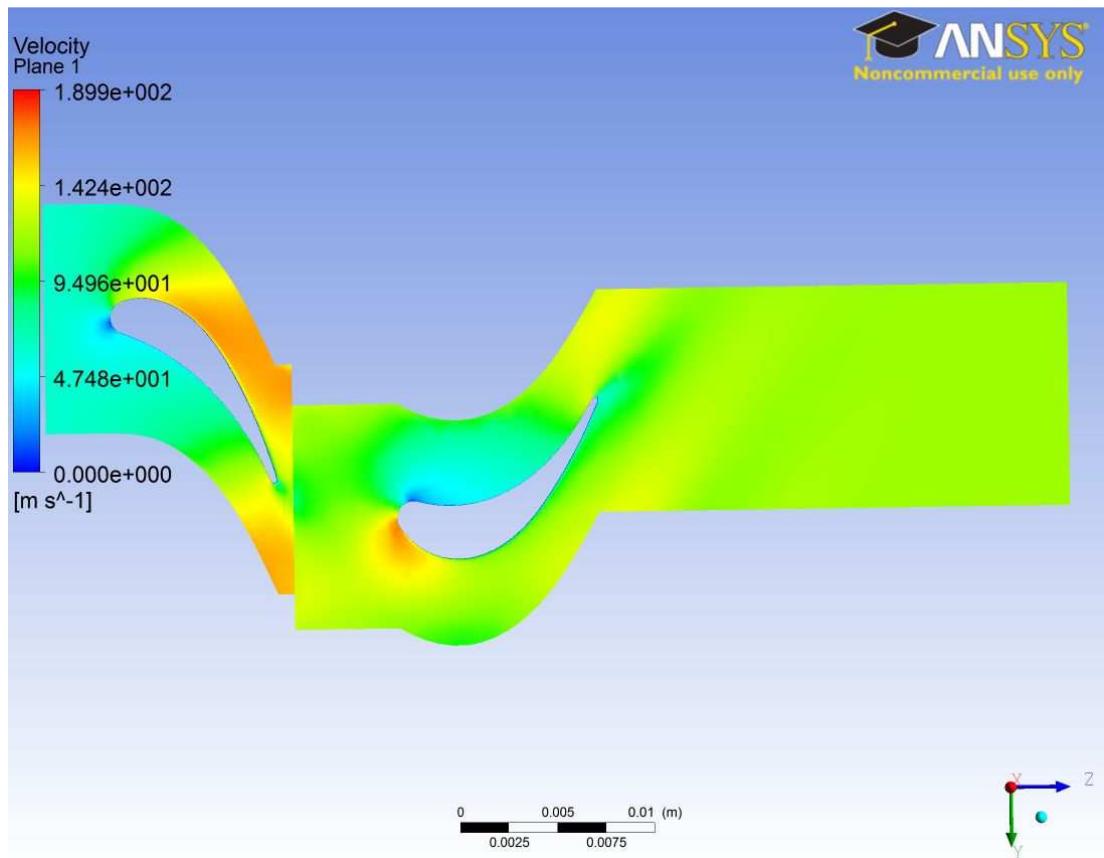


Figura 4.23: Contornos da Velocidade no Plano do Raio Médio ( $R_m=0,067 \text{ m}$ )

A expansão no rotor pode ser mais caracterizada pelos gráficos representados nas fig. (4.24), (4.25) e (4.26). Cada gráfico corresponde a distribuição de pressão em função da posição da pá, em um determinado raio do rotor. A fig. (4.24) corresponde a distribuição para o raio igual a 0,055 m, enquanto as fig. (4.25) e (4.26) correspondem, respectivamente, aos raios 0,067 m e 0,079 m.

Nesses gráficos, a curva da parte inferior corresponde a pressão na superfície de sucção (região convexa do rotor) e a parte superior, a pressão na superfície de pressão (região côncava).

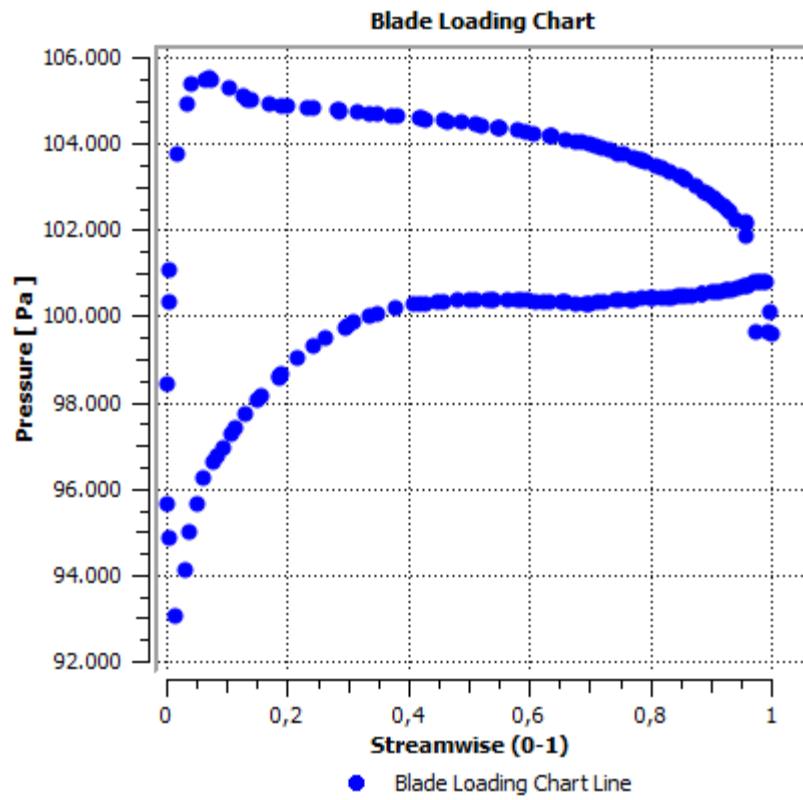


Figura 4.24: Distribuição da Pressão na pá para  $R=0,055$  m

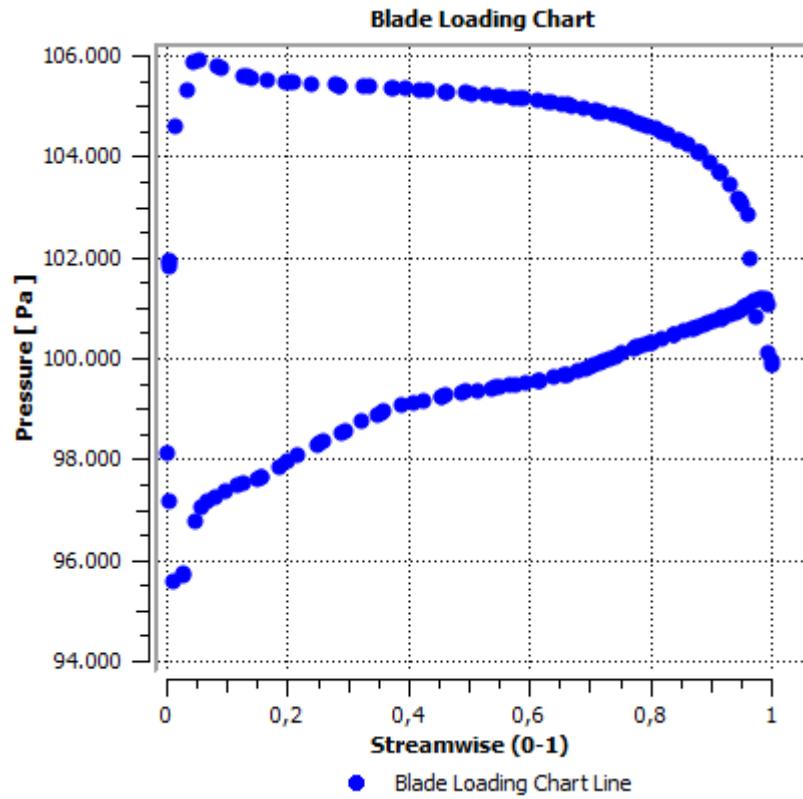


Figura 4.25: Distribuição da Pressão na pá para  $R=0,067$  m

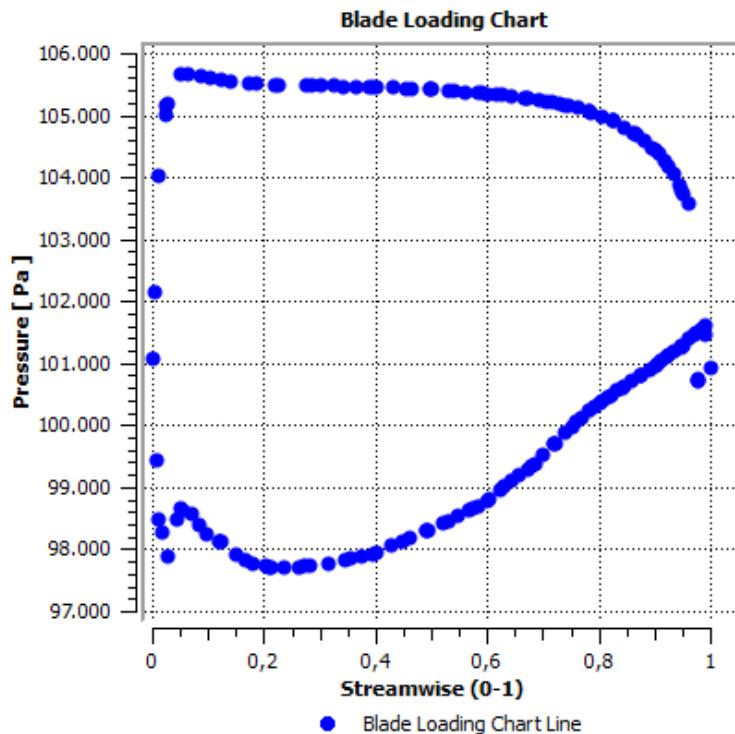


Figura 4.26: Distribuição da Pressão na pá para  $R=0,079$  m

A análise das fig.(4.24) a (4.26) mostram que a distribuição de pressão em torno da pá do rotor apresenta gradientes adversos de pressão, o que pode levar ao descolamento da camada limite do rotor, acarretando em perda de eficiência e de trabalho útil.

O gradiente adverso de pressão é caracterizado de forma explícita através da fig. (4.26). Inicialmente observa-se um gradiente favorável de pressão (gradiente negativo) até 0,2, entretanto, neste ponto, há uma inflexão e o crescimento da pressão a jusante desse ponto é claro, caracterizando um gradiente positivo de pressão (gradiente adverso de pressão).

Comparando qualitativamente os três gráficos, nota-se uma variação no formato da curva considerável na face de sucção, enquanto na face de pressão as curvas são semelhantes. Essa diferença no formato faz com que a distribuição da pressão sobre a pá na direção radial não seja uniforme.

Obviamente, o fato de a turbina estar operando fora das condições de projeto implica na baixa geração de energia, entretanto, avaliando o grau de reação e o alto ângulo de saída do fluido ( $\alpha_3$ ), é interessante reavaliar as pás do rotor para que se obtenha maior aproveitamento da entalpia disponível no fluido.

## 5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TURBINA RADIAL

Após o projeto da turbina radial, é necessário avaliar as características do rotor em relação ao escoamento e obter uma primeira avaliação do trabalho que essa turbina disponibilizará.

A simulação seguirá os mesmos passos das simulações para turbina axial, apresentando o domínio e sua discretização, as condições de contorno, e a apresentação dos resultados.

Entretanto a simulação da turbina radial passará apenas pela simulação tridimensional, que descreverá todo o fenômeno.

### 5.1. Representação do Domínio de Estudo e Discretização

O domínio foi separado em dois subdomínios: rotor e estator, assim como para a turbina axial. Entretanto não será simulada apenas uma pá do rotor e uma do estator, pois a geometria da voluta não é periódica, assim o escoamento em cada pá, tanto do rotor quanto do estator não é o mesmo, o que implica na simulação de toda a geometria do estágio da turbina.

A discretização do domínio consiste na transformação de equações diferenciais em equações algébricas, assim viabilizando a solução numérica das equações. O domínio foi discretizado usando o software ANSYS ICEM CFD 12.0 SP1.

As equações resultantes da discretização das equações de transporte, bem como a dedução dessas equações, são apresentadas em [1].

A fig. (5.1) apresenta o domínio discretizado, já com as condições de contorno impostas.

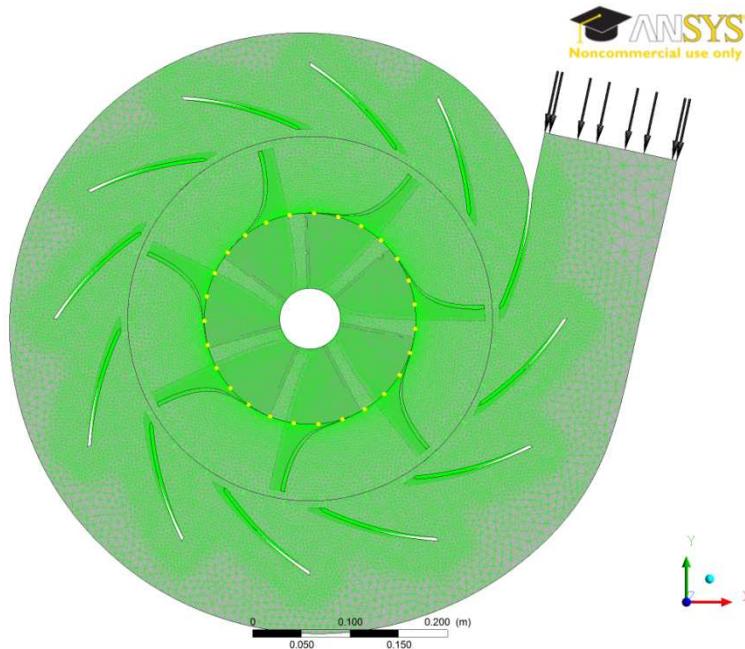


Figura 5.1: Domínio discretizado e Condições de Contorno do modelo implementado

## 5.2. Condições de Contorno

As condições de contorno da turbina radial diferem em alguns pontos da axial. Isso se deve a dois fatos principalmente: a não simplificação da geometria e os parâmetros de projeto da turbina radial.

A rotação considerada do domínio do rotor é 10000 rpm. Essa condição foi imposta pelo gerador, que tem de operar por volta de 30 Hz. A condição de 10000 rpm equivale a aproximadamente 26,5 Hz.

A simulação da turbina axial baseou-se em simular apenas uma pá do rotor e uma pá do estator. Essa simplificação implicava em uma condição de periodicidade nas laterais do domínio, e, como não há mais essa simplificação, ela não está presente no modelo da turbina radial.

As palhetas são consideradas paredes sem escorregamento (seguindo o princípio da aderência completa) e adiabáticas.

A vazão de entrada no estator é 0,16 kg/s, portanto a condição na seção de entrada do estator é esse fluxo imposto e temperatura de entrada de 873,25K, o que corresponde a 600°C.

Na saída do rotor, foi imposta a pressão de 101325 Pa, pois a turbina expande o gás até a pressão atmosférica, sendo essa a condição de contorno. Caso verifique-se refluxo na seção de saída, é considerado que o gás entra a temperatura ambiente 300K (aproximadamente 26,75°C).

Para simplificação do problema em questão, considera-se que o fluido de trabalho se comporta como um gás perfeito. Em turbinas a gás, essa simplificação está próxima do real devido ao grande excesso de ar observado em turbinas.

A interface entre rotor e estator, assim como definido para a turbina axial, é o ‘Frozen Rotor’, que conserva as grandezas físicas de um domínio para outro.

Essas condições foram impostas no software ANSYS CFX 12.0 SP1, que resolve as equações do domínio discretizado.

Conforme adiantado, a fig. (5.1) mostra as condições de contorno já implementadas no CFX-Pre, ferramenta de pré-processamento do solver CFX para imposição das condições de contorno.

### 5.3. Resultados

O principal objetivo desta simulação é avaliar o projeto da turbina radial, a aplicabilidade da turbina radial e o comportamento do escoamento desde sua admissão na voluta até a sua saída.

Diferentemente da turbina axial, não há dados experimentais e, portanto, o comportamento descrito pode ser muito diferente do observado durante a operação da turbina, principalmente em pontos de operação muito distantes do observado, conforme foi verificado na turbina axial.

A fig.(5.2) mostra os contornos de temperatura em volta das pás. Observa-se o efeito da expansão na temperatura para cada pá. A região de admissão da pá mostra um valor mais elevado de temperatura devido à incidência do gás ser 65° aproximadamente, o que implica em um processo de diminuição da velocidade e consequente aumento da temperatura estática do fluido. Além disso, a realização de trabalho no rotor faz com que a temperatura total do fluido diminua e, como a velocidade do fluido não é alterada significativamente, a temperatura estática do fluido na seção de saída do rotor é menor do que a observada na seção de entrada,

conforme o esperado. Além disso, observa-se o processo de expansão ao longo da palheta e seu efeito na temperatura.

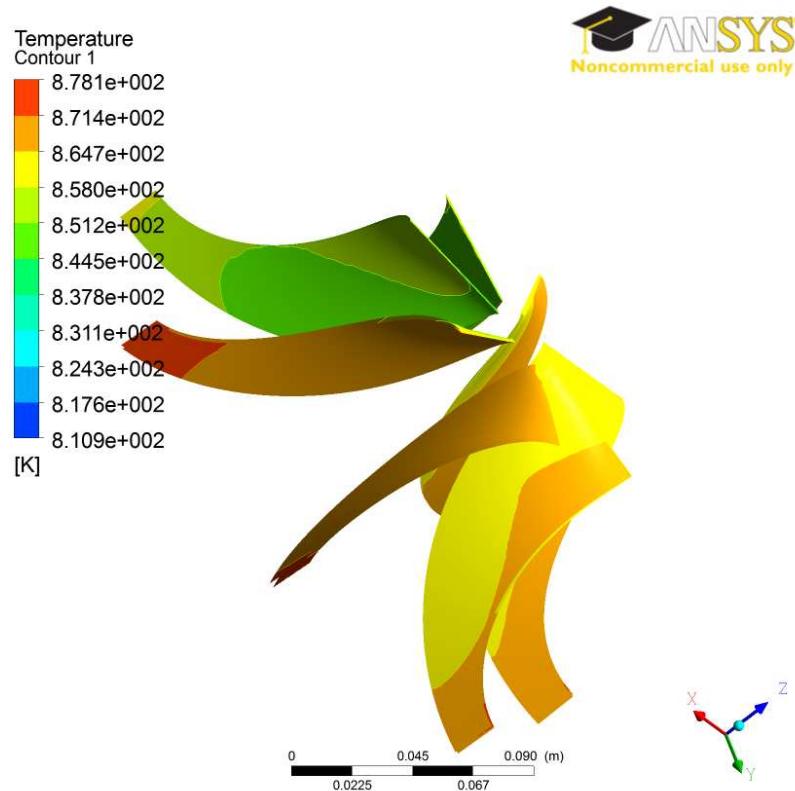


Figura 5.2: Contornos da Temperatura nas pás do Rotor

Além do aumento da temperatura na região de incidência do gás, também se observa o aumento da pressão nessa região, o que pode ser observado através da fig. (5.3), na qual a região de incidência do fluido na pá mostra uma maior pressão do que nos demais pontos da pá.

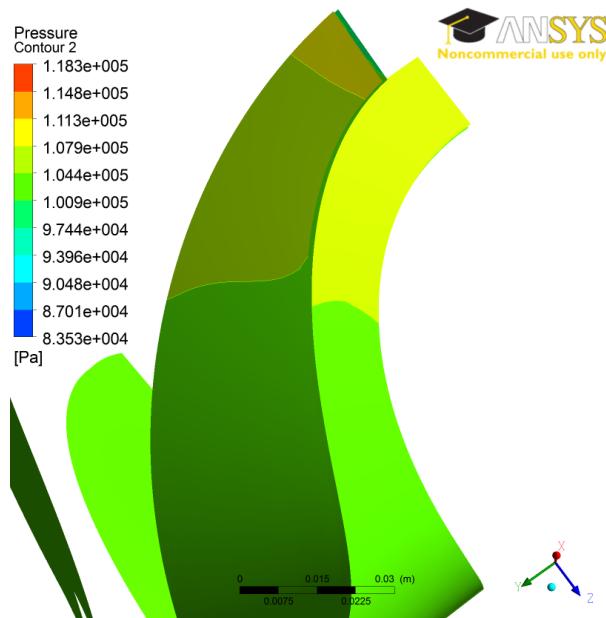


Figura 5.3: Contorno de pressão na seção de admissão da pá

A tab. (5.1) mostra o trabalho obtido a partir da integração da pressão sobre as pás. Além disso, obteve-se o grau de reação do estágio projetado, relacionando o trabalho sobre as pás e a diferença de temperatura entre a seção de admissão da voluta e a seção de saída do rotor.

Tabela 5.1: Resultados da Turbina Radial

Resultados Turbina Radial	
Torque (Nm)	1,91
Rotação (rpm)	10000
W (kW)	2,00
T1 (K)	873,25
T3(K)	859,43
Reação (%)	90,38

O grau de reação foi elevado, por volta de 90%, entretanto há autores que salientam que rotores radiais não necessitam de estatores (ref [11]). Portanto, a influência do estator não é substancial para o bom funcionamento das turbinas radiais, o que não é observado para turbinas axiais nas quais os estatores têm papel significativo, tanto no processo de expansão quanto na deflexão do fluxo para que o fluido entre com um vetor velocidade com a direção necessária para a produção de trabalho.

O resultado da simulação numérica aparenta mostrar um bom projeto da turbina, uma vez que a turbina foi projetada para a obtenção de 2 kW de potência e o resultado obtido pela simulação também foi 2 kW. Vale salientar que o torque é obtido a partir da integral da pressão sobre todas as pás do rotor e, multiplicando o torque pela velocidade angular, obtém-se o valor da potência fornecida por esse rotor.

Esse valor de potência não será observado em testes devido às perdas mecânicas que não são consideradas no modelo desenvolvido nesse trabalho. Entretanto uma estimativa pode ser feita, caso seja conhecido o sistema mecânico ao qual a turbina será acoplada.

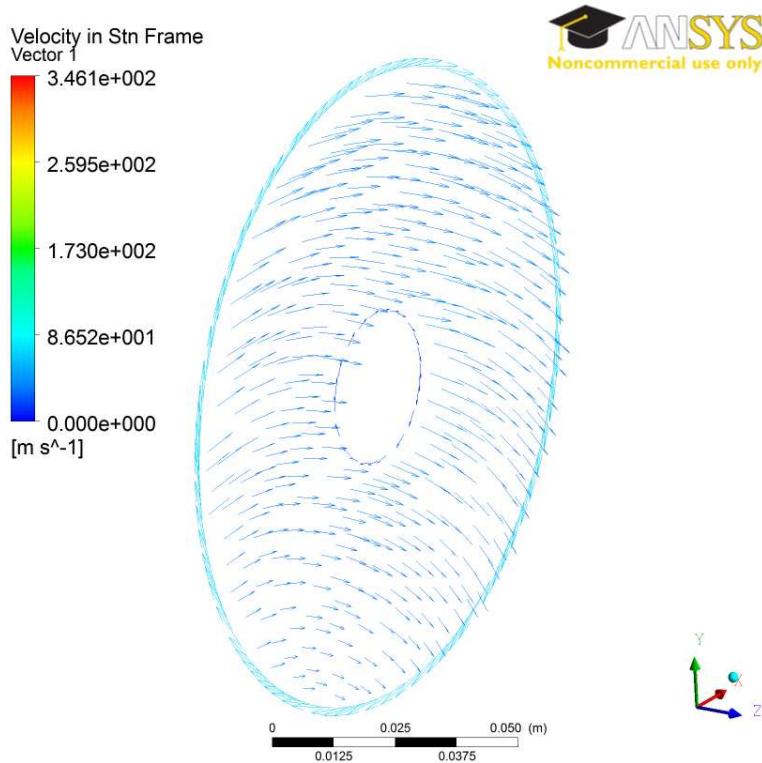


Figura 5.4: Vetores Velocidades na seção de saída do domínio do rotor

Os vetores velocidades na seção de saída mostram o ângulo de ‘swirl’ (ângulo  $\alpha_3$ ), para o qual espera-se um valor em torno de zero. O ângulo de ‘swirl’ está dentro do esperado, porém observa-se que para as regiões de maior raio, próximas ao raio superior da coroa circular, o ângulo de ‘swirl’ começa a fugir do especificado pelo triângulo de velocidades. A principal razão é o aumento da velocidade tangencial

com o raio, uma vez que o projeto foi desenvolvido para o raio médio das seções do rotor.

Um projeto focado na máxima eficiência possível tem de levar em consideração esse fato e, do ponto de vista de máxima eficiência, é mais indicado o projeto de um rotor tridimensional, o qual leva em consideração a variação do triângulo de velocidade conforme o aumento do raio.

Vale salientar que, em turbinas axiais, esse fato também é observado, tanto que há turbinas axiais em que a seção da pá não é constante na direção radial, o que não é o caso da atual turbina axial instalada no LETE, que tem seção constante na direção radial.

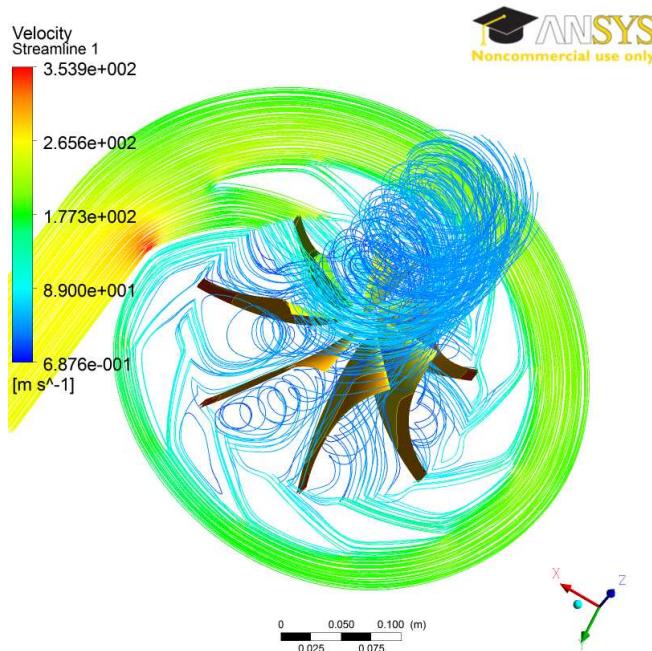


Figura 5.5: Linhas de Corrente do Escoamento da Turbina Radial

A Fig. (5.5) mostra as linhas de corrente da turbina radial. O alto ângulo de ‘swirl’ se deve ao fato de que estão representadas as velocidades relativas (apenas no domínio do rotor), logo não representam as velocidades absolutas que correspondem a Fig. (5.4).

Os refluxos observados são provenientes do não alinhamento entre as pás do rotor e do estator. Uma explicação para esse fato é de que todo o projeto é realizado para pás do estator e rotor alinhadas, entretanto a posição das pás do rotor variam com o tempo, o que implica em momentos de alinhamento entre as pás e momentos

de desalinhamento, que levam a perturbações no escoamento do gás e são essas perturbações que causam as recirculações.

Neste projeto, o foco foi principalmente no desenvolvimento do rotor, o que deixou o projeto da voluta em segundo plano. Apesar desse fato, o projeto da voluta mostra-se eficiente, entretanto um maior aprofundamento nessa área tem de ser feito, inclusive a busca de referências sobre metodologias de projeto da voluta.

## 6. CONCLUSÕES

O triângulo de velocidades é um método semi-empírico extremamente útil e válido para estágios iniciais do projeto, entretanto sua análise tem de ser complementada através do uso de ferramentas CFD, para melhor detalhamento do escoamento.

A análise bidimensional da turbina axial corroborou os resultados do triângulo de velocidades, pois as velocidades descritas através da simulação numérica tiveram intensidades próximas das obtidas pelo método semi-empírico. A simulação numérica também permitiu observar a presença de uma recirculação no fim da pá do rotor, a qual implica em perdas de energia.

Os resultados da simulação bidimensional foram satisfatórios, pois representam bem o fenômeno dadas as condições de contorno, mas as limitações têm de ser salientadas. Os efeitos na direção radial não foram considerados e, logo, é necessária uma análise 3D para avaliar com maior precisão o escoamento.

Apesar da necessidade da realização de uma simulação tridimensional, a simulação bidimensional mostrou-se uma ótima ferramenta preliminar, uma vez que tem a vantagem de ter cálculos mais simples e, consequentemente, os resultados são obtidos rapidamente.

A simulação da turbina axial mostrou a baixa potência obtida quando comparada com a potência de projeto, isso se deve, em parte, por ela trabalhar fora das condições para as quais foi projetada. Um exemplo é a rotação em que a turbina está operando (5412 rpm), valor muito distante do utilizado durante o projeto (15000 rpm).

Outro fator que pode intensificar o problema é o elevado ângulo de saída entre a direção axial e o vetor velocidade do gás na saída do rotor. Em [11], recomenda-se um valor máximo próximo de  $10^\circ$ , muito distante do valor de projeto. Somado a esse fato, observa-se um excessivo grau de reação (95%), ao comparar este valor com os encontrados na literatura, entre 30% e 50% ([2] e [11]).

Após a análise completa da turbina axial, foi desenvolvido o projeto da turbina radial. Assim como foi feito em [4] para turbinas axiais, a principal

ferramenta utilizada no projeto inicial foi o triângulo de velocidades, um método semi-empírico que ajuda na previsão do funcionamento da turbina.

Essa etapa inicial foi fundamental para a obtenção e definição dos parâmetros geométricos básicos da turbina radial, como diâmetros da seção de admissão e da seção de descarga e largura da seção de entrada. A metodologia foi explicitamente desenvolvida a partir da referência [7].

A primeira análise foi que há uma grande diferença de tamanho entre a turbina axial e a radial, sendo a radial muito maior. Isso acaba favorecendo a manutenção da turbina axial devido ao de ser mais compacta para a rotação de trabalho, 10.000 rpm.

Uma explicação para esse fato é de que a turbina radial teria de operar a, aproximadamente, 18.000 rpm para manter o diâmetro próximo da atual. Isso demonstra que turbinas radiais têm de trabalhar em rotações mais elevadas para que consigam ser compactas, entretanto o fator limitante é o gerador elétrico que necessita de uma rotação em torno de 10.000 rpm.

A simulação da turbina corroborou o projeto, pois o valor obtido para a potência gerada foi 2 kW, exatamente o valor imposto no projeto da turbina radial.

Concluindo, a turbina radial é mais indicada para rotações mais elevadas e, para esta aplicação, é mais indicada a turbina axial por ser mais compacta.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method**. 2 ed. London. Person Education Limited. 2007. 257 p.
- [2] SARAVANAMUTTOO, H.I.H; ROGERS, G.F.C.; COHEN, H. **Gas Turbine Theory**. 5<sup>th</sup> ed. Harlow – New York. Prentice Hall. 2001. 491 p.
- [3] SONTAGG, R. E.; BORGNAKKE, C.; VAN WYLEN, G. J. **Fundamentos da Termodinâmica**. Tradução de Euryale de Jesus Zerbini. 5<sup>a</sup> ed. São Paulo. Edgard Blucher. 2003. 577p.
- [4] CAVALCANTI, R. **Projeto de uma Turbina de Potência de uma Micro Turbina a Gás para Acionamento de Gerador Elétrico**. Trabalho de Formatura apresentado a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 61 p.
- [5] WHITE, F. M. **Mecânica dos Fluidos**. 4<sup>a</sup> Ed. Rio de Janeiro. McGraw Hill. 2002. 570 p.
- [6] Fluent, Inc. 2008. Fluent Inc - Users Service Center. [Online] 2008. <http://www.fluentusers.com/>.
- [7] WHITFIELD, A. **The Preliminary Design of Radial Inflow Turbines**. The Journal of Turbomachinery, January 1990. Vol 112 p50-57.
- [8] MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2<sup>a</sup> Ed. Rio de Janeiro. LTC. 2004. 453p.
- [9] FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 3<sup>a</sup> Ed. Rio de Janeiro. Editora Guanabara. 1988. 632 p.
- [10] MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos**. 2<sup>a</sup> Ed. São Paulo. Edgard Blücher. 1997. 412 p.
- [11] WILSON, D. G.; KORAKIANITIS, T. **The Design of High-efficiency Turbomachinery and Gas Turbine**. 2<sup>nd</sup> Ed. Upper Saddle River. Prentice Hall. 1998. 593p.
- [12] WHITFIELD, A.; BAINES, N. C.; **Design of Radial Turbomachines**. 1<sup>st</sup> Ed. New York. Longman. 1990. 420p.

## **ANEXO A – Rotina do Triângulo de Velocidades (Matlab)**

### %CÁLCULO DO TRIÂNGULO DE VELOCIDADES

%Unidades no SI

%Constantes

%Constante do Ar

R=287;

%Cp do Ar

cp=1003.5;

%Relação de Calores Específicos do Ar

k=1.4;

%Raio Médio da Turbina

Rm=0.067;

%Altura da Pá

h=0.03;

%Ângulos da Pá

alpha1=0;

alpha2=(70\*3.14159265)/180;

beta3=(77\*3.14159265)/180;

%Eficiências Isoentrópicas

eta\_estator=0.75;

eta\_rotor=0.80;

%Área da Coroa Circular

A=2\*3.1415\*Rm\*h;

%Hipótese: A velocidade na entrada do estator tem direção axial

C\_w1=0;

```

% Velocidade de Rotacional no SI
w=(10000*2*3.14159265)/60;

% Velocidade Tangencial do Rotor no Raio Médio
U=w*Rm;

% Vazão Mássica
m_dot=0.3;

% Pressão na Seção de Entrada do Rotor
p1=122325;

% Temperatura na Seção de Entrada do Rotor
T1=873.25;

% Densidade Específica do Ar na Seção de Entrada do Rotor
rho1=p1/(R*T1);

% Velocidade Axial na Seção de Entrada do Rotor
C_alpha1=m_dot/(rho1*A);

% Chute Inicial da Velocidade Axial na Saída do Estator
C_alpha2=C_alpha1;

% Inicializaçao da variável Erro
erro=1;

% Cálculo da Velocidade no Estator
while (erro>=0.005)

    C_w2=C_alpha2*tan(alpha2);
    energia_cinetica_12= ((C_alpha2^2+C_w2^2)-(C_alpha1^2+C_w1^2))/2;
    delta_T_12=energia_cinetica_12/cp;

```

```

T2=T1-delta_T_12;

delta_T_12_s=delta_T_12/eta_estator;

T2s=T1-delta_T_12_s;

p2=p1*(T2s/T1)^(k/(k-1));

rho2=p2/(R*T2s);

C_alpha2_new=m_dot/(rho2*A);

if (C_alpha2_new>C_alpha2)

    erro=C_alpha2_new-C_alpha2;

else erro=C_alpha2-C_alpha2_new;

end

C_alpha2=C_alpha2_new;

end

%Imprimi na Tela as Velocidades

C_alpha2

C_w2

%Inicializaçao do erro

erro=1;

%Velocidade Relativa na Seção de Entrada do Rotor

V_w2=C_w2-U;

V_w2

%Chute Inicial da Velocidade Axial na Saída do Estator

C_alpha3=C_alpha2;

```

```

while(error>=0.05)

    V_w3=C_alpha3*tan(beta3);

    energia_cinetica_23=((C_alpha3^2+V_w3^2)-(C_alpha2^2+V_w2^2))/2;

    delta_T_23=energia_cinetica_23/cp;

    T3=T2-delta_T_23;

    delta_T_23_s=delta_T_23/eta_rotor;

    T3s=T2s-delta_T_23_s;

    p3=p2*(T3s/T2s)^(k/(k-1));

    rho3=p3/(R*T3s);

    C_alpha3_new=m_dot/(rho3*A);

    if (C_alpha3_new>C_alpha3)

        erro=C_alpha3_new-C_alpha3;

    else erro=C_alpha3-C_alpha3_new;

    end

    C_alpha3=C_alpha3_new;

    end

    C_w3=V_w3-U;

    C_alpha3

    V_w3

    C_w3

    p3

    trabalho=m_dot*(V_w2+V_w3)*U/2;

    trabalho

```

## **ANEXO B – Arquivos das Simulações CFD**

Junto a este trabalho estão anexados os arquivos de simulação desenvolvidos durante a realização do Trabalho de Conclusão de Curso.

Os nomes dos arquivos já compactados estão dispostos a seguir:

- Simulação Turbina Axial Bidimensional: simulação 2D Final.rar
- Simulação Turbina Axial Tridimensional: Simulacao Axial 3d.rar
- Simulação Turbina Radial: simulação\_radial\_3D.rar